DISEQUAZIONI / Disequazioni di II Grado Numerica Intera Completa

ESERCIZIO N°MATH.III/"CORSOBASEBLU.MATEMATICA" - B.T.B.S047.116

("DISEQUAZIONI DI II GRADO NUMERICA INTERA COMPLETA CON Δ < 0")

Risolvere la seguente *Disequazione Numerica Intera*:

$$(x+3)^2+12\cdot(2-x)>3\cdot(3-4x)$$

e fornire una possibile rappresentazione geometrica del risultato.

Svolgimento

$$(x+3)^2+12\cdot(2-x)>3\cdot(3-4x)$$

[N.B.: il primo passo da compiere è portare la disequazione nella forma standard $a\,x^2+b\,x+c>0$]

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{c}\text{P.N.: Quadrato del Binomio}\\(A+B)^2=A^2+2\cdot A\cdot B+B^2\end{array}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(x^2+6x+9+12)+24-12x>9-12x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow+x^2+6x+9+12+24\cancel{-12x}-9\cancel{+12x}>0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow+x^2+6x\cancel{+9}+12+24\cancel{-9}>0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\boxed{+x^2+6x+36>0}$$

Si considera e risolve l'*Equazione Associata alla Disequazione di II Grado Numerica Intera*:

$$+x^2+6x+36=0\Rightarrow$$

[$a=+1$; $b=+6$; $c=+36$]

a tal fine si calcola il suo *Discriminante* con la *Formula Ridotta:*

$$\frac{\Delta}{4}=\left(\frac{b}{2}\right)^2-a\cdot c=\left(\frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{2}_{\,1}}\right)^2-1\cdot 36=3^2-36=9-36=-27<0$$

(N.B.: si è usata la *Formula Ridotta* perché: *b Numero Divisibile per* 2)

A questo punto si deve osservare che essendo il *Determinante Negativo*, vuol dire che la nostra *Equazione di Secondo Grado* NON ammette soluzioni *Reali*.

Non avere *Soluzioni Reali* significa che le *Parabole* associate alla nostra equazione non hanno alcun *Punto di Intersezione con l'Asse x*; ciò comporta che esse avranno come grafico una *Parabola Convessa* con *Vertice nel Semipiano y* > 0 oppure una *Parabola Concava* con *Vertice nel Semipiano y* < 0.

Rappresentazione Geometrica

All'*Equazione di II Grado* di partenza sono associabili più *Parabole* del *Piano Cartesiano*, la più semplice da rappresentare tra queste è sicuramente quella che si ricava dall'ultimo passaggio (quello in cui si calcola il *Discriminante* e quindi le soluzioni per intenderci).

Indicata con $\wp$ tale *Parabola*, si ricava che la sua equazione è data da:

Parabola Associata all'Equazione/Disequazione:

$$\boxed{\wp : y = x^2 + 6x + 36}$$

Si procede adesso mettendo insieme tutte le informazioni disponibili sulla *Parabola* al fine di realizzarne una *Rappresentazione Grafica*. Il grafico che otterremo sarà approssimativo ma efficace rispetto a quelli che sono i nostri obiettivi.

Al fine di rappresentare la *Parabola* raccogliamo tutte le informazioni necessarie.

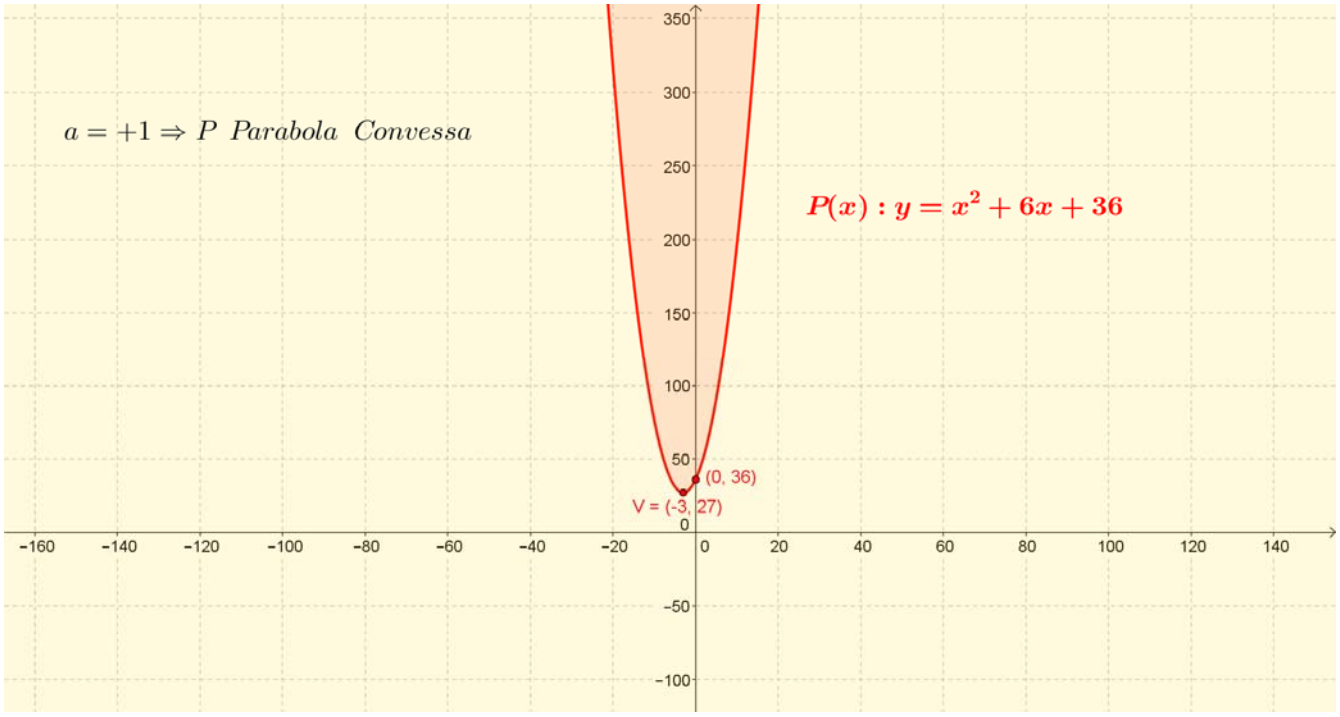
1. $\wp$ ha *Vertice*: $V\left(-\frac{b}{2a}\,;-\frac{\Delta/4}{a}\right) \equiv \left(-\frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{2}\cdot 1}\,;\cancel{-}\frac{\cancel{-}27}{1}\right) \equiv (-3;+27)$

2. *Asse di Simmetria*: $a_s : x = -3$

3. $\Delta < 0$ e quindi $\wp$ NON interseca l'*Asse x*, ovvero: $\text{Graph}(\wp) \cap (\text{Asse } x) = \varnothing$

4. $\wp$ interseca l'*Asse y* nel *Punto*: $(0\,;c) \equiv (0\,;+36)$, ovvero: $\text{Graph}(\wp) \cap (\text{Asse } y) = \{(0\,;+36)\}$

Mettendo insieme tutte queste informazioni si dovrebbe ottenere un grafico simile al seguente (realizzato perfettamente con il software *Geogebra*).



Osservazione/Check (controllo di coerenza del grafico) della *Parabola* $\wp : y = +x^2 + 6x + 36 = 0$.

Da tale equazione si deduce che: $a = +1 > 0$ e pertanto la *Parabola* deve essere *Convessa*. Il grafico è coerente con questa affermazione [Check OK]!

Da un'attenta osservazione del grafico si deduce che:

$$\wp : y = +x^2 + 6x + 36 > 0 \Leftrightarrow \wp(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

Infatti, dal grafico della *Parabola* si osserva facilmente che essa è sempre - cioè per ogni x - al di sopra del livello $y = 0$, pertanto:

$$S = \mathbb{R}$$