GEOMETRIA EUCLIDEA / Quadrilateri

PROBLEMA N°MATH.I / "CORSO MATEMATICA VERDE (LICEI NS)" - B.T.B. PG.G107.052

("QUADRILATERI / PARALLELOGRAMMI")

Disegna un triangolo *ABC* e la *Mediana CM*. Prolunga *CM* di un segmento $EM \cong CM$. Dimostrare che il quadrilatero *AEBC* è un *parallelogramma*.

Rappresentazione Simbolica & Legenda

ABC : *Triangolo*;

CM : *Mediana Relativa al Lato AB*;

C,M,E : *Punti Allineati*;

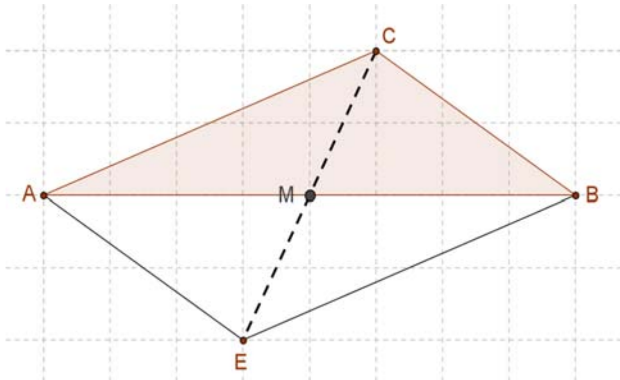
$EM \cong CM$;

AEBC : *Quadrilatero*.

Rappresentazione delle Consegne / Thesi

Thesi: *AEBC Parallelogramma*.

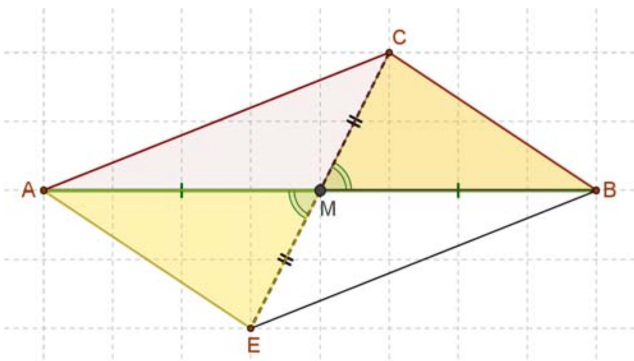
Rappresentazione Grafica



Pianificazione/Dimostrazione (I Metodo)

Strategia dimostrativa

Per dimostrare la tesi si utilizzerà una delle *Caratterizzazioni del Parallelogramma* (la prima) secondo la quale, un *Quadrilatero* è un *Parallelogramma* se e solo se ha i *Lati Opposti Congruenti*. Per dimostrare ciò, si applicherà il I *Criterio di Congruenza dei Triangoli* prima alla coppia di *Triangoli* (*AEM – BCM*) e poi alla coppia di *Triangoli* (*BME – AMC*)



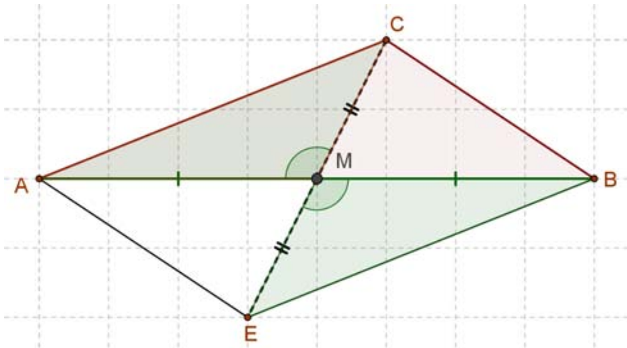
$$\left.\begin{array}{l} i)\ CM \text{ Mediana Relativa al Lato } AB \Rightarrow M \text{ Punto Medio del Lato } AB \Rightarrow AM \cong MB \\ ii)\ EM \cong CM \quad \text{(per hp.)} \\ iii)\ A\hat{M}E\ ;\ B\hat{M}C \text{ Angoli Opposti al Centro} \Rightarrow [\text{Teorema}] \Rightarrow A\hat{M}E \cong B\hat{M}C \end{array}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} Triangolo(AEM) \\ Triangolo(BCM) \end{array} \right. \text{hanno Ordiatamente Congruenti Due Lati e l'Angolo Tra essi Compreso} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\ \textbf{I} \text{ Criterio di Congruenza dei Triangoli } \right] \Rightarrow Triangolo(AEM) \cong Triangolo(BCM) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{c} AE, BC \text{ Lati Corrispondenti dei} \\ \text{Triangoli Congruenti } (AEM),(BCM) \end{array} \right] \Rightarrow AE \cong BC \quad (*)$$

Analogamente, sempre con il I *Criterio di Congruenza dei Triangoli* si dimostra che:



$$Triangolo(AMC) \cong Triangolo(BME)$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{c} AE, BC \text{ Lati Corrispondenti dei} \\ \text{Triangoli Congruenti } (AEM), (BCM) \end{array} \right] \Rightarrow AC \cong BE \quad (**)$$

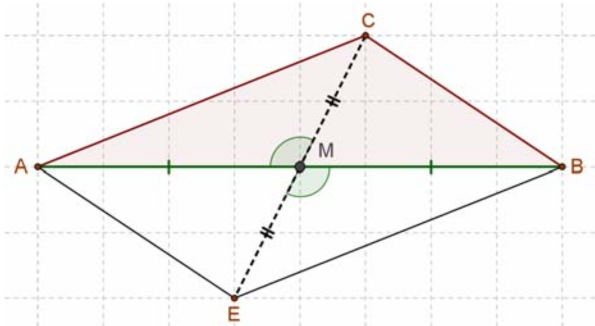
Mettendo insieme quanto dimostrato finora si ha che:

$$\left. \begin{array}{l} AE \cong BC \quad (*) \\ AC \cong BE \quad (**) \end{array} \right| \Rightarrow AEBC \text{ Quadrilatero con i Lati Opposti Congruenti} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{I Caratterizzazione} \\ \text{dei Parallelogrammi} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AEBC \text{ Parallelogramma}$$

Pianificazione/Dimostrazione (II Metodo)

Strategia dimostrativa



Per dimostrare la tesi si utilizzerà una delle *Caratterizzazioni del Parallelogramma* (la terza) secondo la quale, un *Quadrilatero* è un *Parallelogramma* se e solo se le due *Diagonali* si intersecano nel loro *Punto Medio*.

$$\left. \begin{array}{l} i) \ CM \text{ Mediana Relativa al Lato } AB \Rightarrow M \text{ Punto Medio del Lato } AB \Rightarrow AM \cong MB \\ ii) \ EM \cong CM \quad \text{(per hp.)} \end{array} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AM \cong MB \ \wedge \ EM \cong CM \Rightarrow \text{I Segmenti } AB \text{ e } EC \text{ si intersecano nel loro Punto Medio } M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Le Diagonali del Quadrilatero } AEBC \text{ si intersecano nel loro Punto Medio } M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{I Caratterizzazione} \\ \text{dei Parallelogrammi} \end{array} \right] \Rightarrow AEBC \text{ Parallelogramma}.$$