

## 11.05 - Impulso e Quantità di Moto

### 11.05.a) Osservazione ( Impulso )

Per la II Legge della Dinamica l'Accelerazione di un Punto Materiale è data da:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}(t) \stackrel{\substack{\text{Definizione di} \\ \text{Accelerazione}}}{=} m \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \frac{\delta \vec{v}}{\delta t} \Rightarrow \vec{F} \cdot \delta t = m \cdot \delta \vec{v}$$

### 11.05.b) Definizione ( Impulso )

Definiamo **Impulso di una Forza nell'Intervallo di Tempo Infinitesimo  $\delta t$**

$$\text{il Vettore : } \underline{\underline{\vec{I} := m \cdot \delta \vec{v} = \vec{F} \cdot \delta t}}$$

### 11.05.c) Osservazione ( Impulso Esteso ad un Intervallo di Tempo Finito )

Nel ricavare la formula precedente, abbiamo pensato a  $\delta t$  come un *Intervallo di Tempo Infinitesimo*. Se consideriamo invece un  $\Delta t$  come un *Intervallo di Tempo Finito*, allora questa equazione è valida se e soltanto se la *Forza  $\vec{F}$  è Costante* durante tale *Intervallo*.

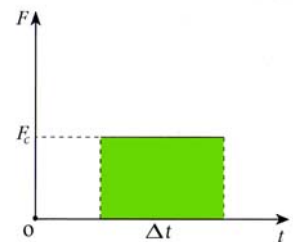
### 11.05.d) Impulso di una Forza Costante

Sia  $\vec{F}_C$  una *Forza Costante*, dunque, per l'Osservazione precedente, ha senso considerare un *Intervallo di Tempo  $\Delta t$*  e calcolare l'*Impulso di  $\vec{F}_C$  durante l'intervallo  $\Delta t$* .

$$\underline{\underline{\vec{I} = \vec{F}_C \cdot \Delta t}}$$

### Impulso di una Forza Costante

Dunque l'*Impulso di  $\vec{F}_C$*  numericamente si può rappresentare come l'*Area del Sottografico della Funzione  $\vec{F}_C(t)$* .



L'Impulso di una *Forza Costante* di intensità  $F_C$  agente per un tempo  $\Delta t$  è equivalente all' *Area Verde*, ovvero alla *Superficie del Sottografico della Funzione  $F_C = F_C(t)$* .



**Figura** Esempi di forze che producono una variazione di quantità di moto. Nel caso a) l'impulso della forza esercitata dal calciatore sul pallone è uguale alla quantità di moto acquistata dal pallone; analogamente, nel caso b) l'impulso della forza esercitata dal tennista, per mezzo della racchetta, sulla palla da tennis è uguale alla quantità di moto acquistata da quest'ultima.

### 11.05.e) Esempi di Impulso

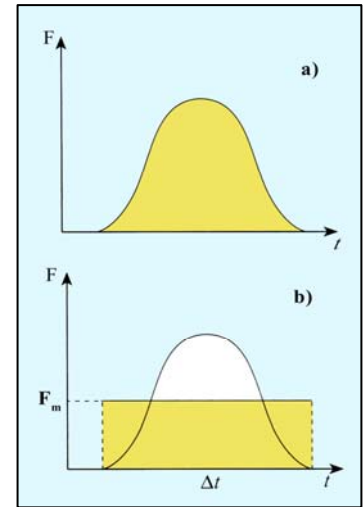
Spesso abbiamo a che fare con *Forze di Direzione Costante*, ma *Intensità Variabile* che agiscono su un *Corpo* per un certo *Intervallo di Tempo Infinitesimo*. Come *Esempi di Impulso* possiamo considerare la *Forza Esercitata da un Calciatore Mentre Colpisce il Pallone* o la *Forza Applicata Sulla Pallina da un Giocatore di Tennis Mediante la Racchetta*.

In entrambi i casi l'*Intensità della Forza Agente sulla Palla e sulla Pallina* è *nulla* fino all'*Istante in cui gli Oggetti Vengono Colpiti*, poi, durante il *Tempo di Contatto  $\delta t$* , *cresce* fino ad un *Valore Massimo*, e quindi *decresce* per ritornare a *Zero* nell'*Istante in cui la Palla si Distacca dal Piede del Calciatore o dalla Racchetta del Tennista*.

### 11.05.f) Impulso di una Forza Non Costante in Modulo (ma Costante in Direzione)

Come già anticipato nel caso di una *Forza Costante*, l'*Impulso* di una *Forza Non Costante in Modulo* (cioè di *Intensità Variabile*), agente globalmente per un *Intervallo di Tempo Definito*  $\Delta t$  (rappresentata come in (Fig.[a]), ma *Costante in Direzione*, è dato dall'*Area del Sottografico della Funzione*  $F(t)$  (Fig.[b]). In altri termini, per ogni *Forza*  $\vec{F}$  di

*Intensità Variabile* è sempre possibile definire una *Forza Media*  $\vec{F}_m$ , con stessa *Direzione* e *Verso* di  $\vec{F}$ , agente nello stesso *Intervallo di Tempo Definito*  $\Delta t$ , tale che il prodotto  $F_m \cdot \Delta t$  della sua *Intensità* per l'*Intervallo di Tempo Definito* considerato, (rappresentato dall'area gialla del



*Rettangolo* in (Fig.[b]), sia uguale all'*Area Del Sottografico di*  $F(t)$ , ovvero all'*Impulso di*  $\vec{F}$ . Dunque, dal punto di vista grafico, la *Forza Media*  $\vec{F}_m$  è rappresentata dall'altezza del *Rettangolo* in (Fig.[b]).

### 11.05.g) Ri-Definizione dell'Impulso di una Forza Generica

L'*Impulso*  $\vec{I}$  di una *Forza Agente* per un certo *Intervallo di Tempo Definito*  $\Delta t$  anche *Non Costante in Modulo* è il *Vettore* dato dal *Prodotto* tra la *Forza Media*  $\vec{F}_m$  e l'*Intervallo Di Tempo*  $\Delta t$  stesso ovvero:

$$\underline{\underline{\vec{I} = \vec{F}_m \cdot \Delta t}} \quad \underline{\underline{\text{Impulso di una Forza Generica } \vec{F}}}$$

Dunque, nel caso di **Forza Costante**, risulta che:  $\forall t: \vec{F}(t) = \vec{F}_m$ , e pertanto:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

### 11.05.h) Definizione Vettoriale Analitica di Impulso

$$\vec{I} = \begin{cases} \text{mod}(\vec{I}) = F_m \cdot \Delta t \\ \text{dir}(\vec{I}) \equiv \text{dir}(\vec{F}_m) \\ \text{vrs}(\vec{I}) \equiv \text{vrs}(\vec{F}_m) \end{cases}$$

### 11.05.i) Osservazione sulle Cause dell'Impulso

In base alla definizione, un certo *Impulso* può essere determinato da una *Piccola Forza* che agisce per un *Lungo Periodo di Tempo* oppure da una *Forza Molto Intensa* che Agisce per un *Breve Intervallo di Tempo*.

**11.05.j) Definizione (Forze Impulsive)**

Si definiscono **Forze Impulsive** tutte quelle *Forze Intense e di Breve Durata*.

Esempi di *Forze Impulsive* sono certamente quelle che si sviluppano durante gli *Urti*.

**11.05.k) Teorema Impulso-Quantità di Moto**

L'*Impulso*  $\vec{F}_m \cdot \Delta t$  di una *Forza Agente su un Corpo* per un certo *Intervallo di Tempo*  $\Delta t$  è uguale alla variazione  $\Delta \vec{Q}$  della *Quantità di Moto del Corpo* nello stesso *Intervallo di Tempo*

$$\underline{\underline{\vec{I} = \vec{F}_m \cdot \Delta t = \Delta \vec{Q} = \vec{Q}(t_f) - \vec{Q}(t_i)}}$$

**11.05.l) Esempi di Applicazione del Teorema dell'Impulso**

Tornando ai due *Esempi* precedenti possiamo in base al *Teorema* appena visto affermare che l'*Impulso della Forza Applicata dal Calciatore* (direttamente con il proprio piede) *sul Pallone*, è uguale alla *Quantità di Moto Acquisita dal Pallone Durante l'Impatto*, oppure anche che l'*Impulso della Forza Applicata dal Tennista*, (per mezzo della racchetta) *sulla Palla da Tennis*, è uguale alla *Quantità di Moto Acquisita dalla Pallina Durante l'Impatto*.

**11.05.m) Unità di Misura ed Equazione Dimensionale dell'Impulso**

Dal *Teorema Impulso-Quantità di Moto* segue che queste due *Grandezze* sono *Omogenee*, pertanto l'*Equazione Dimensionale* e l'*Unità di Misura dell'Impulso* coincidono con quelle della *Quantità di Moto*. Pertanto, risulta che:

$$[I] = [Q] = [m] \cdot [l] \cdot [t^{-1}]$$

Nel *Sistema Internazionale* (SI) l'*Impulso* si misura in :  $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

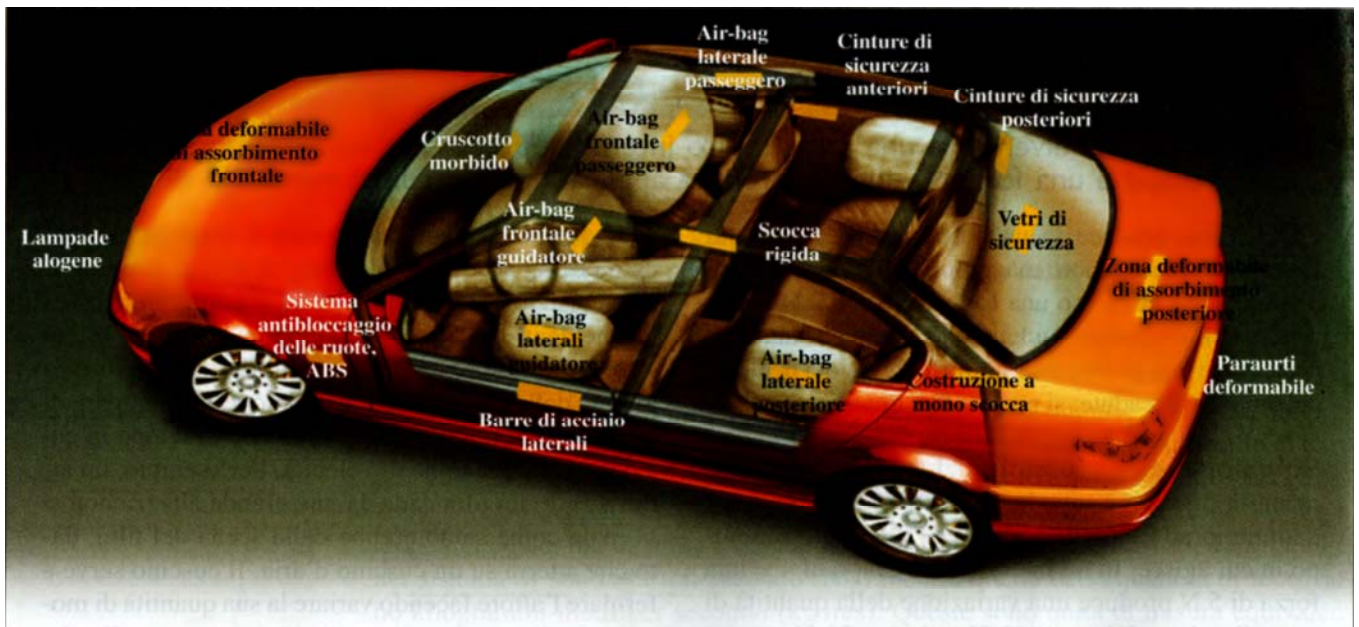
**11.05.n) Concetto di Impulso Esteso a Forze Variabili anche in Direzione**

Finora abbiamo considerato *Forze di Direzione Costante*, l'*Impulso* in tal caso come visto nei precedenti paragrafi, è un *Vettore* che ha *Direzione* e *Verso* uguali a quelli della *Forza*.

Nel *Caso più Generale* in cui, per una *Forza Variabile anche in Direzione*, l'*Impulso* può essere calcolato come *Somma Vettoriale* degli *Impulsi* relativi con tanti piccoli *Intervalli di Tempo*, in modo che in ciascuno di questi la *Forza* possa ritenersi *Costante* e quindi l'*Impulso* possa essere calcolato mediante la formula:  $\vec{I} = \vec{F} \cdot \delta t$ . In ogni caso l'*Impulso di una Forza* è sempre uguale alla *Quantità di Moto* prodotta nello stesso *Intervallo di Tempo*.

### 11.05.o) Osservazione Utile per i Problemi su Impulso e Quantità di Moto

In molti *Problemi*, anche di natura pratica, la *Forza* è *Ignota*, ma sono invece dati i valori della *Velocità Iniziale* e *Finale*; con questi dati possiamo dunque calcolare la *Variazione di Quantità di Moto* e conoscere in questo modo, tramite il *Teorema Impulso-Quantità Di Moto*, l'*Impulso della Forza*.



Alcune Soluzioni per la Sicurezza in un'Automobile di Ultima Generazione. Molti di questi ritrovati servono in caso di *Incidente* a prolungare l'*Intervallo di Tempo* in cui avviene la *Variazione della Quantità di Moto*, riducendo perciò (*Teorema Impulso-Quantità di Moto*) la *Forza Media Agente* sull'autista e sui *Passeggeri*.