

ESERCIZIO N°MATH.I / "CORSO MATEMATICA VERDE (LICEI NS)" - B.T.B. PG.580.041**("SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI IMPOSSIBILI")**

Risolvere con il metodo che si ritiene più opportuno il seguente sistema di equazioni lineari, dopo aver stabilito se esso è *determinato*, *indeterminato* o *impossibile*.

$$\begin{cases} +6x - 2y = +5 \\ +18x - 6y = -1 \end{cases}$$

Si richiede la verifica geometrica del risultato ottenuto.

Svolgimento

$$\begin{cases} +6x - 2y = +5 \\ +18x - 6y = -1 \end{cases}$$

Prima di affrontare lo studio algebrico del sistema, è necessario stabilire se esso è *determinato*, *indeterminato* o *impossibile*. A tal fine si utilizzerà il seguente teorema:

Teorema

Dato un generico *Sistema Lineare*:
$$\begin{cases} a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1 \\ a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2 \end{cases}$$

risulta che:

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow$ Sistema Determinato	[Le due Rette Associate al Sistema sono Incidenti e quindi si Intersecano in un Unico Punto]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ Sistema Impossibile	[Le due Rette Associate al Sistema sono Parallele e quindi Non si Intersecano Mai]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ Sistema Indeterminato	[Le due Rette Associate al Sistema sono Coincidenti e quindi si Intersecano in Infiniti Punti]

$$\begin{cases} +6x - 2y = +5 \\ +18x - 6y = -1 \end{cases}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{+6^1}{+18^3} = +\frac{1}{3}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{+2^1}{+6^3} = +\frac{1}{3}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{+5}{-1} = -5$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Sistema Impossibile} \\ \text{Le due Rette Associate al Sistema Sono Parallele} \\ \text{e quindi Non si Intersecano Mai} \end{array} \right] \Rightarrow S = \emptyset \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \emptyset$$

Rappresentazione Geometrica e Verifica della Soluzione del Sistema

Alle *Equazioni Lineari* di partenza sono associabili due rette del *Piano Cartesiano*, si procede con la loro rappresentazione.

$$r : +6x - 2y - 5 = 0 \quad [\text{Retta } r \text{ in Forma Implicita}]$$

$$s : +18x - 6y + 1 = 0 \quad [\text{Retta } s \text{ in Forma Implicita}]$$

Si prosegue trasformando le *Rette* in *Forma Esplicita* e successivamente determinando i loro *Punti di Intersezione* con gli *Assi Cartesiani*.

Retta r

$$r : +6x - 2y - 5 = 0 \Rightarrow r : -2y = -6x + 5 \Rightarrow r : +2y = +6x - 5 \Rightarrow r : +\frac{1}{1} \cdot y = +\frac{3}{1} \cdot x - \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$r : y = +3x - \frac{5}{2} \quad [\text{Retta } r \text{ in Forma Esplicita}]$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'*Asse x*:

$$\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse}.x) : \begin{cases} y = +3x - \frac{5}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +3x - \frac{5}{2} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +3x = +\frac{5}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +3x \cdot \frac{1}{3} = +\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = +\frac{5}{6} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Graph}(r) \cap (\text{Asse}.x) = \left\{ \left(+\frac{5}{6} ; 0 \right) \right\}$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'*Asse y*: $\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse}.y) = \{ (0 ; q) \} = \left\{ \left(0 ; -\frac{5}{2} \right) \right\}$.

Retta s

$$s : +18x - 6y + 1 = 0 \Rightarrow s : -6y = -18x - 1 \Rightarrow s : +6y = +18x + 1 \Rightarrow s : +\frac{1}{1} \cdot y = +\frac{3}{1} \cdot x + \frac{1}{6} \Rightarrow$$

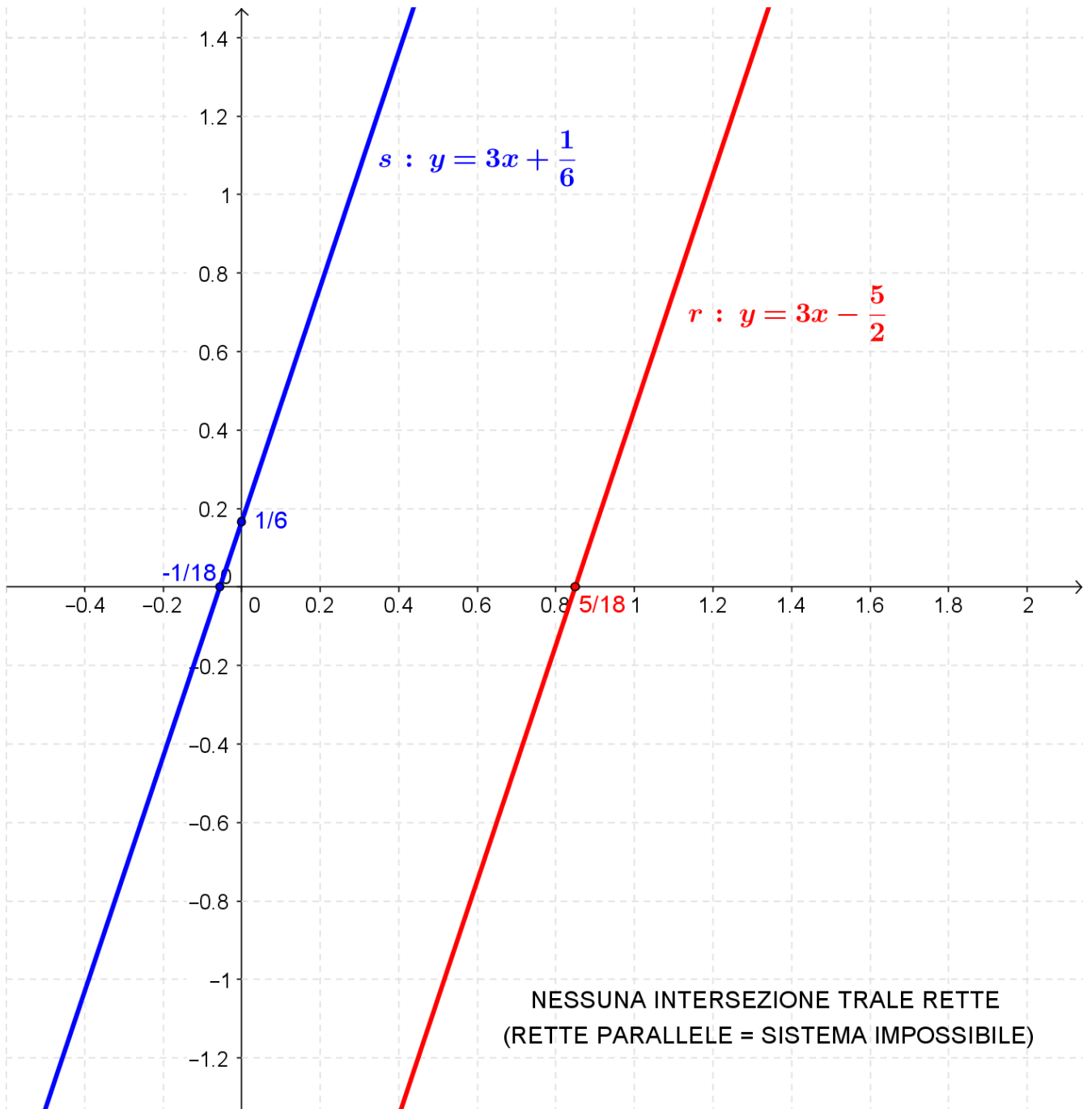
$$s : y = +3x + \frac{1}{6} \quad [\text{Retta } s \text{ in Forma Esplicita}]$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta s* con l'*Asse x*:

$$\text{Graph}(s) \cap (\text{Asse}.x) : \begin{cases} y = +3x + \frac{1}{6} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +3x + \frac{1}{6} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +3x = -\frac{1}{6} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +3x \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{18} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Graph}(s) \cap (\text{Asse}.x) = \left\{ \left(-\frac{1}{18} ; 0 \right) \right\}$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta s* con l'*Asse y*: $\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse}.y) = \{ (0 ; q) \} = \left\{ \left(0 ; -\frac{5}{2} \right) \right\}$.

Rappresentazione Grafica

$$\Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \emptyset$$



Verifica Geometrica: ESITO POSITIVO!

