12.05– Il Moto dei Pianeti e le Leggi di Keplero

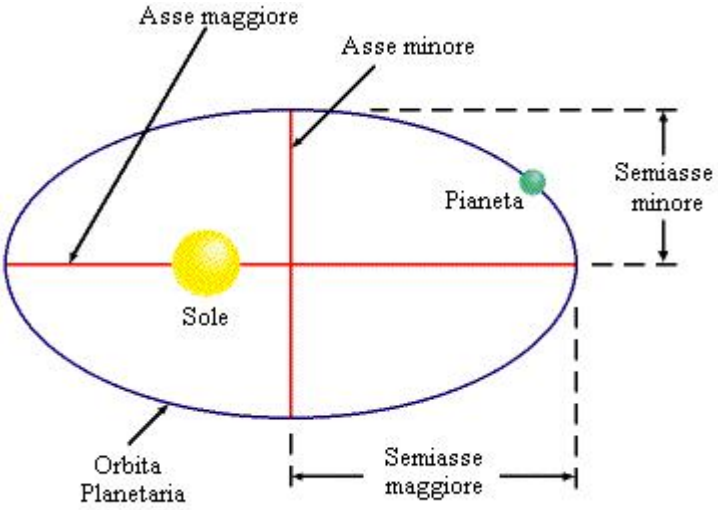
La *Teoria Eliocentrica* ebbe il definitivo sopravvento sulla *Teoria Geocentrica* con *Keplero*, il quale dimostrò nel 1609 che le *Orbite dei Pianeti Intorno al Sole* sono *Ellissi* e non *Circonferenze*.

L'opera di *Keplero* è riassunta nelle sue famose tre leggi.

12.05.a) Ellisse (Geometria Analitica)

Ricordiamo dalla *Geometria Analitica* che l'*Eccentricità di un Ellisse* è data dalla relazione :

$$e = \frac{Distanza\ Focale}{Lunghezza\ Asse\ Focale} = \begin{cases} = \dfrac{2c}{2a} = \dfrac{c}{a} & \text{se } a > b \\ = \dfrac{2c}{2b} = \dfrac{c}{b} & \text{se } a < b \end{cases}$$



Osservazione

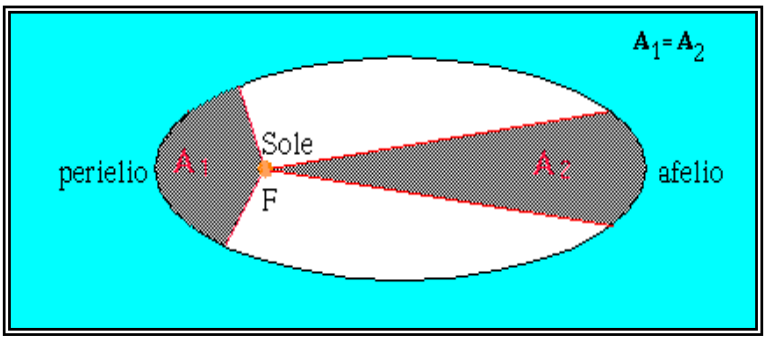
Poiché in una *Circonferenza* i *Fuochi Coincidono* con il *Centro*, abbiamo che in essa l'*Eccentricità* è *Nulla*.

12.05.b) I Legge di KEPLERO

I *Pianeti* descrivono intorno al *Sole Orbite Ellittiche* di cui il *Sole* occupa uno dei due *Fuochi*.

12.05.c) Definizione di Perielio

Nell'*Orbita di un Pianeta* (figura) si definisce **Perielio** il punto più vicino al *Sole* ovvero il *Punto di Minima Distanza dal Sole*.



12.05.d) Definizione di Afelio

Nell'orbita di un pianeta si definisce **Afelio** il punto più lontano dal sole ovvero il *Punto di Massima Distanza dal Sole*.

Theorema

Il *Semiasse Maggiore* dell'*Ellisse* che rappresenta l'*Orbita di un Pianeta* coincide con la *Distanza Media del Pianeta dal Sole*.

Come si può osservare nella tabella seguente, le *Orbite Dei Pianeti* del *Sistema Solare* sono *Ellissi* non molto diverse dalla *Forma Circolare* in quanto l'*Eccentricità* che misura lo scostamento dell'*Ellisse* dalla *Circonferenza* assume valori piuttosto piccoli tranne che per *Mercurio* e *Plutone*.

	Massa (kg)	Raggio (m)	Periodo di rotazione intorno all'asse (s)	Eccentricità orbitale	Raggio medio dell'orbita (m)	Periodo di rivoluzione (a = anno g = giorno)
Sole	$1,98 \cdot 10^{30}$	$6,96 \cdot 10^{8}$	$2,14 \cdot 10^{6}$	—	—	—
Mercurio	$0,33 \cdot 10^{24}$	$2,57 \cdot 10^{6}$	$7,60 \cdot 10^{6}$	0,2056	$5,79 \cdot 10^{10}$	87,97 g
Venere	$4,83 \cdot 10^{24}$	$6,31 \cdot 10^{6}$	$2,6 \cdot 10^{6}$	0,0068	$1,08 \cdot 10^{11}$	224,70 g
Terra	$5,98 \cdot 10^{24}$	$6,38 \cdot 10^{6}$	$8,61 \cdot 10^{4}$	0,0167	$1,50 \cdot 10^{11}$	365,25 g
Marte	$6,37 \cdot 10^{23}$	$3,43 \cdot 10^{6}$	$8,85 \cdot 10^{4}$	0,0934	$2,28 \cdot 10^{11}$	686,98 g
Giove	$1,90 \cdot 10^{27}$	$7,18 \cdot 10^{7}$	$3,54 \cdot 10^{4}$	0,0483	$7,78 \cdot 10^{11}$	11,86 a
Saturno	$5,67 \cdot 10^{26}$	$6,03 \cdot 10^{7}$	$3,60 \cdot 10^{4}$	0,0560	$1,43 \cdot 10^{12}$	29,46 a
Urano	$8,80 \cdot 10^{25}$	$2,67 \cdot 10^{7}$	$3,88 \cdot 10^{4}$	0,0461	$2,87 \cdot 10^{12}$	84,02 a
Nettuno	$1,03 \cdot 10^{26}$	$2,48 \cdot 10^{7}$	$5,69 \cdot 10^{4}$	0,0100	$4,50 \cdot 10^{12}$	164,79 a
Plutone	$1,37 \cdot 10^{22}$	$1,17 \cdot 10^{6}$	$5,7 \cdot 10^{4}$	0,2484	$5,9 \cdot 10^{12}$	247,70 a
Luna	$7,34 \cdot 10^{22}$	$1,74 \cdot 10^{6}$	$2,36 \cdot 10^{6}$	0,055*	$3,84 \cdot 10^{8}$*	27,3 g*

* Dati relativi all'orbita della Luna intorno alla Terra

12.05.e) II Legge di KEPLERO o Legge delle Aree

I Formulazione

Il *Raggio-Vettore Tracciato dal Sole* ad un *Punto* qualsiasi dei *Pianeti* descrive *Aree Uguali* in *Intervalli di Tempo Uguali*.

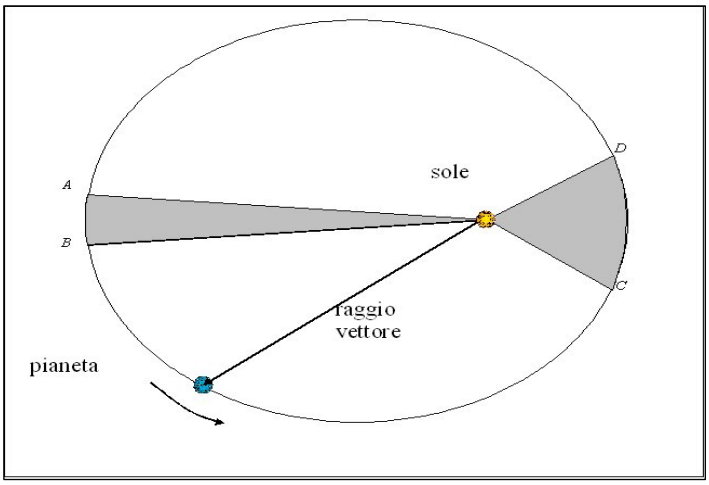
La II *Legge di Keplero* può essere equivalentemente formulata dicendo che:

II Formulazione

L'*Area* descritta dal *Raggio-Vettore* di ogni *Pianeta* nell'*Unità di Tempo*, detta anche **Velocità Areolare**, è *Costante* durante il *moto* del *Pianeta* sull'*Orbita*.

In figura sono rappresentate:

- l'*Area Descritta* dal *Raggio-Vettore* in un certo *Intervallo di Tempo* quando il *Pianeta* si muove intorno all'*Afelio*.
- l'*Area* descritta in un *Intervallo di Tempo* uguale attorno al *Perielio*.



Poiché le due *Aree* sono uguali, è evidente che il *Pianeta* percorre, nell'*intervallo di Tempo* dato, un *Cammino* più breve in prossimità dell'*Afelio* e più lungo in prossimità del *Perielio*.

Da questo segue che la *Velocità Lineare* con cui il *Pianeta* percorre l'*Orbita Ellittica* è *minima* nell'*Afelio* e *Massima* nel *Perielio*.

12.05.f) III Legge di KEPLERO

I *Quadrati* dei *Periodi di Rivoluzione* dei *Pianeti* sono proporzionali ai *Cubi* dei *Semiassi Maggiori* delle loro *Orbite Ellittiche* ovvero, in formule:

$$\boxed{T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3}$$

dove a_1 ed a_2 sono i *Semiassi Maggiori dell'Ellisse* descritta da due *Pianeti* differenti, i cui *Periodi Di Rivoluzione* sono rispettivamente T_1 e T_2 .

Osservazione 1

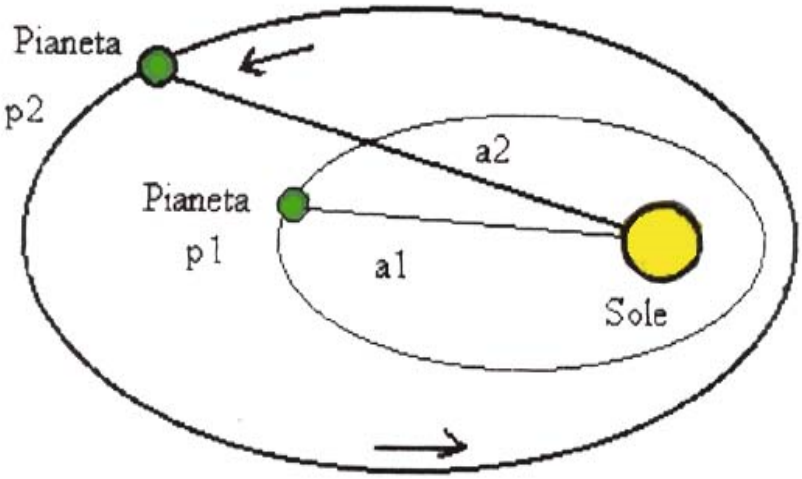
Data l'arbitrarietà dei due *Pianeti* considerati, se ***T*** è il *Periodo di Rivoluzione* di un qualunque *Pianeta del Sistema Solare* ed "***a***" è il *Semiasse Maggiore della sua Orbita*, la relazione precedente può essere scritta anche nella forma:

$$\frac{a_1^{\,3}}{T_1^2} = \frac{a_2^{\,3}}{T_2^{\,2}}$$

oppure, anche :

$$\frac{a^3}{T^2} = k = 3{,}38 \cdot 10^{18}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^2}\ ;\ k \in \mathbb{R}$$

cioè ha lo stesso valore per tutti i *Pianeti del Sistema Solare*, ma questo cambia se ad esempio si considera un particolare *Pianeta* con un suo qualunque *Satellite*.



Osservazione 2

Dalla III *Legge di Keplero*, segue che in particolare, il *Periodo di Rivoluzione* aumenta con la *Distanza dei Pianeti dal Sole* .

Questo comportamento è confermato da quanto riportato nella precedente tabella.