ESERCIZIO N°MATH.I / "CORSO MATEMATICA VERDE (LICEI NS)" - B.T.B. PG.583.081 ("SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI DETERMINATI / METODO DEL CONFRONTO")

Risolvere con il *Metodo del Confronto* il seguente sistema di equazioni lineari, dopo aver stabilito se esso è *determinato, indeterminato* o *impossibile*.

$$\begin{cases} +3x+2\cdot(y-4)^2=+36+2y^2-15y+2x \\ +3\cdot(y-1)+2\cdot\left[x-(x-1)^2\right]=-2-2x\cdot(x-2) \end{cases}$$

Si richiede la verifica geometrica del risultato ottenuto.

Svolgimento

Il primo passo da compiere è come al solito portare il sistema assegnato in *Forma Standard*.

$$\begin{cases} +3x+2\cdot(y-4)^2=+36+2y^2-15y+2x \\ +3\cdot(y-1)+2\cdot\left[x-(x-1)^2\right]=-2-2x\cdot(x-2) \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} +3x+2\cdot(y^2-2\cdot y\cdot 4+16)=+36+2y^2-15y+2x \\ +3y-3+2\cdot\left[+x-(x^2-2x+1)\right]=-2-2x^2+4x \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} +3x+2\cdot(y^2-8y+16)-36-2y^2+15y-2x=0 \\ +3y-3+2\cdot\left[\underline{+x}-x^2\underline{+2x}-1\right]+2+2x^2-4x=0 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases} +3x+2\cdot(y^2-8y+16)-36-2y^2+15y-2x=0 \\ +3y-3+2\cdot\left[-x^2+3x-1\right]+2+2x^2-4x=0 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} +3x\cancel{+2y^2}-16y+32-36\cancel{-2y^2}+15y-2x=0 \\ +3y-3\cancel{-2x^2}+6x\cancel{-2}\cancel{+2}\cancel{+2x^2}-4x=0 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} +3x-16y+32-36+15y-2x=0 \\ +3y-3+6x-4x=0 \end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} +1\cdot x-1\cdot y-4=0 \\ +2\cdot x+3\cdot y-3=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} +1\cdot x-1\cdot y=+4 \\ +2\cdot x+3\cdot y=+3 \end{cases}$$

Prima di affrontare lo studio algebrico del sistema, è necessario stabilire se esso è *determinato*, *indeterminato* o *impossibile*.

A tal fine si utilizzerà il seguente teorema:

Teorema

Dato un generico *Sistema Lineare* in forma standard: $\begin{cases} a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1 \\ a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2 \end{cases}$

risulta che:

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$\Rightarrow$ Sistema Determinato	[Le due Rette Associate al Sistema sono Incidenti e quindi si Intersecano in un Unico Punto]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$\Rightarrow$ Sistema Impossibile	[Le due Rette Associate al Sistema sono Parallele e quindi Non si Intersecano Mai]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$\Rightarrow$ Sistema Indeterminato	[Le due Rette Associate al Sistema sono Coincidenti e quindi si Intersecano in Infiniti Punti]

$$\Rightarrow \begin{cases} +1 \cdot x - 1 \cdot y = +4 \\ +2 \cdot x + 3 \cdot y = +3 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_1}{a_2} = \frac{+1}{+2} = +\frac{1}{2} \\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{+3} = -\frac{1}{3} \end{array} \right| \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \text{Sistema Determinato} \left[\begin{array}{c} \text{Le due Rette Associate al Sistema sono Incidenti} \\ \text{e quindi si Intersecano in un Unico Punto} \end{array} \right]$$

Soluzione del Sistema (Metodo del Confronto)

$$\begin{cases} +1 \cdot x - 1 \cdot y = +4 \\ +2 \cdot x + 3 \cdot y = +3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 2 \cdot x = -3 \cdot y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ x = -\frac{3}{2} \cdot y + \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow [\text{Metodo del Confronto}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y + 4 = -\frac{3}{2} \cdot y + \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y + \frac{3}{2} \cdot y = -4 + \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ \frac{+2+3}{2} \cdot y = \frac{-8+3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ +\frac{5}{2} \cdot y = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ \dfrac{+\cancel{\frac{5}{2}}^{1} \cdot y}{\cancel{\frac{5}{2}}^{1}} = \dfrac{-\cancel{\frac{5}{2}}^{1}}{\cancel{\frac{5}{2}}^{1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + 4 = +3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \{(+3; -1)\}$$

Rappresentazione Geometrica e Verifica della Soluzione del Sistema

Alle *Equazioni Lineari* di partenza sono associabili due rette del *Piano Cartesiano*, si procede con la loro rappresentazione.

$$\boxed{r: +x - y - 4 = 0} \quad [\ \textit{Retta } r \text{ in } \textit{Forma Implicita}\ ]$$

$$\boxed{s: +2\cdot x + 3\cdot y - 3 = 0} \quad [\ \textit{Retta } s \text{ in } \textit{Forma Implicita}\ ]$$

Si prosegue trasformando le *Rette* in *Forma Esplicita* e successivamente determinando i loro *Punti di Intersezione* con gli *Assi Cartesiani*.

Retta *r*

$$r: +x - y - 4 = 0 \Rightarrow r: -y = -x + 4 \Rightarrow r: +y = +x - 4 \Rightarrow$$

$$\boxed{r: y = +x - 4} \quad [\ \textit{Retta } r \text{ in } \textit{Forma Esplicita}\ ]$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'*Asse x*:

$$\text{Graph}(r) \cap (Asse.x): \begin{cases} y = +x - 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = +4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Graph}(r) \cap (Asse.x) = \{(+4; 0)\}$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'*Asse y*: $\text{Graph}(r) \cap (Asse.y) = \{(0; q)\} = \{(0; -4)\}$.

Retta *s*

$$s: +2\cdot x + 3\cdot y - 3 = 0 \Rightarrow s: +3\cdot y = -2\cdot x + 3 \Rightarrow \frac{{}^{1}\cancel{+3}}{{}^{1}\cancel{+3}}\cdot y = \frac{-2}{+3}\cdot x + \frac{{}^{1}\cancel{+3}}{{}^{1}\cancel{+3}} \Rightarrow s: y = -\frac{2}{3}\cdot x + 1 \Rightarrow$$

$$\boxed{s: y = -\frac{2}{3}\cdot x + 1} \quad [\ \textit{Retta } s \text{ in } \textit{Forma Esplicita}\ ]$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta s* con l'*Asse x*:

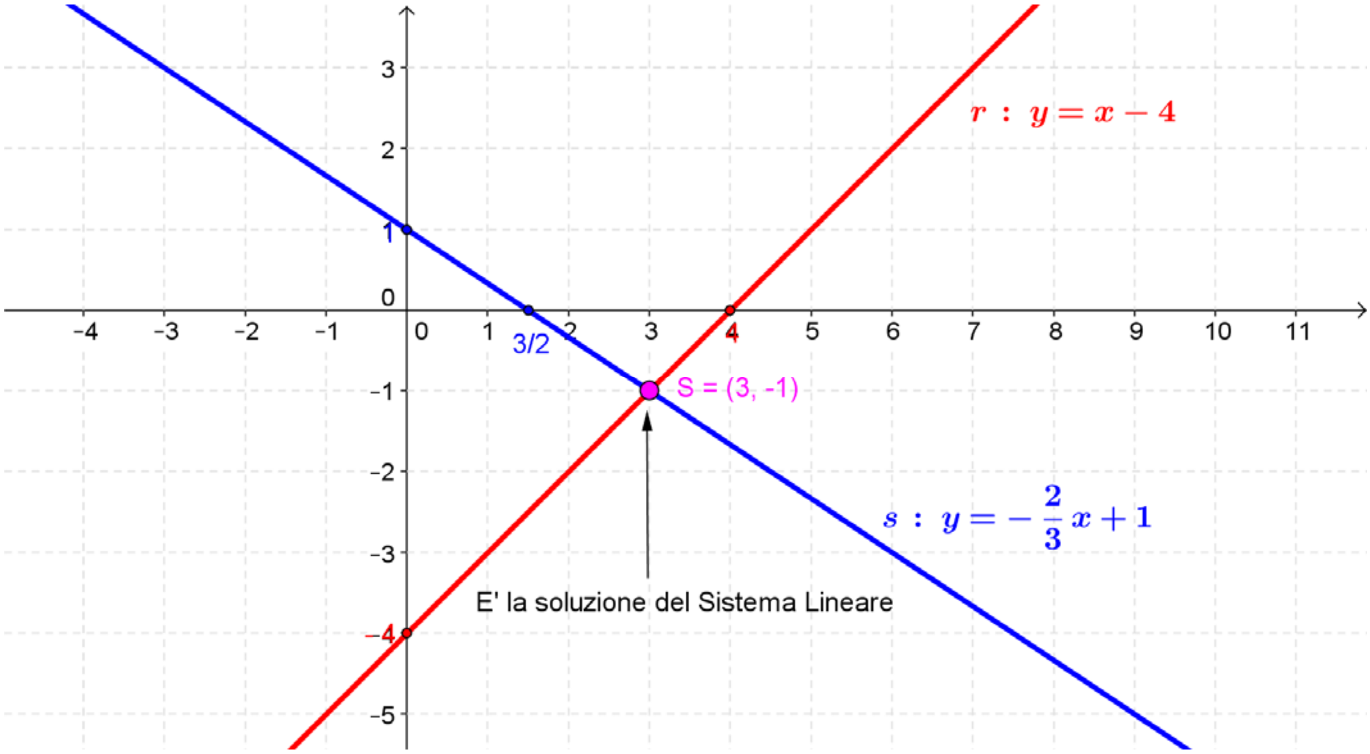
$$\text{Graph}(s) \cap (Asse.x): \begin{cases} y = -\frac{2}{3}\cdot x + 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{3}\cdot x + 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{3}\cdot x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{-}\frac{2}{3}\cdot x = \cancel{-}1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{+\cancel{\frac{2}{3}}\cdot x}{\cancel{\frac{2}{3}}} = \dfrac{+1}{\frac{2}{3}} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = +\frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Graph}(s) \cap (Asse.x) = \left\{\left(+\frac{3}{2}; 0\right)\right\}$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta s* con l'*Asse y*: $\text{Graph}(r) \cap (Asse.y) = \{(0; q)\} = \{(0; +1)\}$.

Rappresentazione Grafica



$$\Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \{(+3; -1)\}$$

☺ ***Verifica Geometrica*: ESITO POSITIVO!** ☺