

ESERCIZIO N°MATH.I / "CORSO MATEMATICA VERDE (LICEI NS)" - B.T.B. PG.583.076**("SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI DETERMINATI / METODO DI SOSTITUZIONE")**

Risolvere con il *Metodo di Sostituzione* il seguente sistema di equazioni lineari, dopo aver stabilito se esso è *determinato*, *indeterminato* o *impossibile*.

$$\begin{cases} +6x = +1 - 2y \\ +5x + y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Si richiede la verifica geometrica del risultato ottenuto.

Svolgimento

Il primo passo da compiere è come al solito portare il sistema assegnato in *Forma Standard*.

$$\begin{cases} +6x = +1 - 2y \\ +5x + y = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} +6 \cdot x + 2 \cdot y = +1 \\ +5 \cdot x + 1 \cdot y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Prima di affrontare lo studio algebrico del sistema, è necessario stabilire se esso è *determinato*, *indeterminato* o *impossibile*.

A tal fine si utilizzerà il seguente teorema:

Teorema

Dato un generico *Sistema Lineare* in forma standard: $\begin{cases} a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1 \\ a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2 \end{cases}$

risulta che:

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow$ Sistema Determinato	[Le due Rette Associate al Sistema sono Incidenti e quindi si Intersecano in un Unico Punto]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ Sistema Impossibile	[Le due Rette Associate al Sistema sono Parallele e quindi Non si Intersecano Mai]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ Sistema Indeterminato	[Le due Rette Associate al Sistema sono Coincidenti e quindi si Intersecano in Infiniti Punti]

$$\begin{cases} +6 \cdot x + 2 \cdot y = +1 \\ +5 \cdot x + 1 \cdot y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_1}{a_2} = \frac{+6}{+5} = +\frac{6}{5} \\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{+2}{+1} = +2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \text{Sistema Determinato} \quad \left[\begin{array}{l} \text{Le due Rette Associate al Sistema sono Incidenti} \\ \text{e quindi si Intersecano in un Unico Punto} \end{array} \right]$$

Soluzione del Sistema (Metodo di Sostituzione)

$$\begin{cases} +6 \cdot x + 2 \cdot y = +1 \\ +5 \cdot x + 1 \cdot y = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow [\text{Metodo di Sostituzione}] \Rightarrow \begin{cases} +6 \cdot x + 2 \cdot \left(-5 \cdot x - \frac{3}{2}\right) = +1 \\ y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} +6 \cdot x - 10 \cdot x - \cancel{2} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} = +1 \\ y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +6 \cdot x - 10 \cdot x - 3 = +1 \\ y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \cdot x - 10 \cdot x = +3 + 1 \\ y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4 \cdot x = +4 \\ y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{+4}{-4} = -1 \\ y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -5 \cdot (-1) - \frac{3}{2} = +5 - \frac{3}{2} = \frac{+10-3}{2} = +\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = +\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \left\{ \left(-1; +\frac{7}{2} \right) \right\}$$

Rappresentazione Geometrica e Verifica della Soluzione del Sistema

Alle *Equazioni Lineari* di partenza sono associabili due rette del *Piano Cartesiano*, si procede con la loro rappresentazione.

$$r: +6 \cdot x + 2 \cdot y - 1 = 0 \quad [\text{Retta } r \text{ in Forma Implicita}]$$

$$s: +5 \cdot x + y + \frac{3}{2} = 0 \quad [\text{Retta } s \text{ in Forma Implicita}]$$

Si prosegue trasformando le *Rette* in *Forma Esplicita* e successivamente determinando i loro *Punti di Intersezione* con gli *Assi Cartesiani*.

Retta r

$$r: +6 \cdot x + 2 \cdot y - 1 = 0 \Rightarrow r: +2 \cdot y = -6 \cdot x + 1 \Rightarrow r: +y = -\frac{3}{1} \cdot x + \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{r: y = -3x + \frac{1}{2}} \quad [\text{Retta } r \text{ in Forma Esplicita}]$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'Asse *x*:

$$\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse } x): \begin{cases} y = -3x + \frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + \frac{1}{2} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x = -\frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Si moltiplica per } (-1) \\ \text{membro a membro} \\ \text{nella I equazione} \end{array} \right] \Rightarrow \begin{cases} +3x = +\frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Si moltiplica per } (+1/3) \\ \text{membro a membro} \\ \text{nella I equazione} \end{array} \right] \Rightarrow \begin{cases} +\cancel{3}x \cdot \frac{1}{\cancel{3}} = +\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = +\frac{1}{6} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Graph}(r) \cap (\text{Asse } x) = \left\{ \left(+\frac{1}{6}; 0 \right) \right\}$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'Asse *y*: $\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse } y) = \{ (0; q) \} = \left\{ \left(0; +\frac{1}{2} \right) \right\}$.

Retta s

$$s: +5 \cdot x + y + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow s: y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{s: y = -5 \cdot x - \frac{3}{2}} \quad [\text{Retta } s \text{ in Forma Esplicita}]$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta s* con l'Asse *x*:

$$\text{Graph}(s) \cap (\text{Asse } x): \begin{cases} y = -5 \cdot x - \frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 \cdot x - \frac{3}{2} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

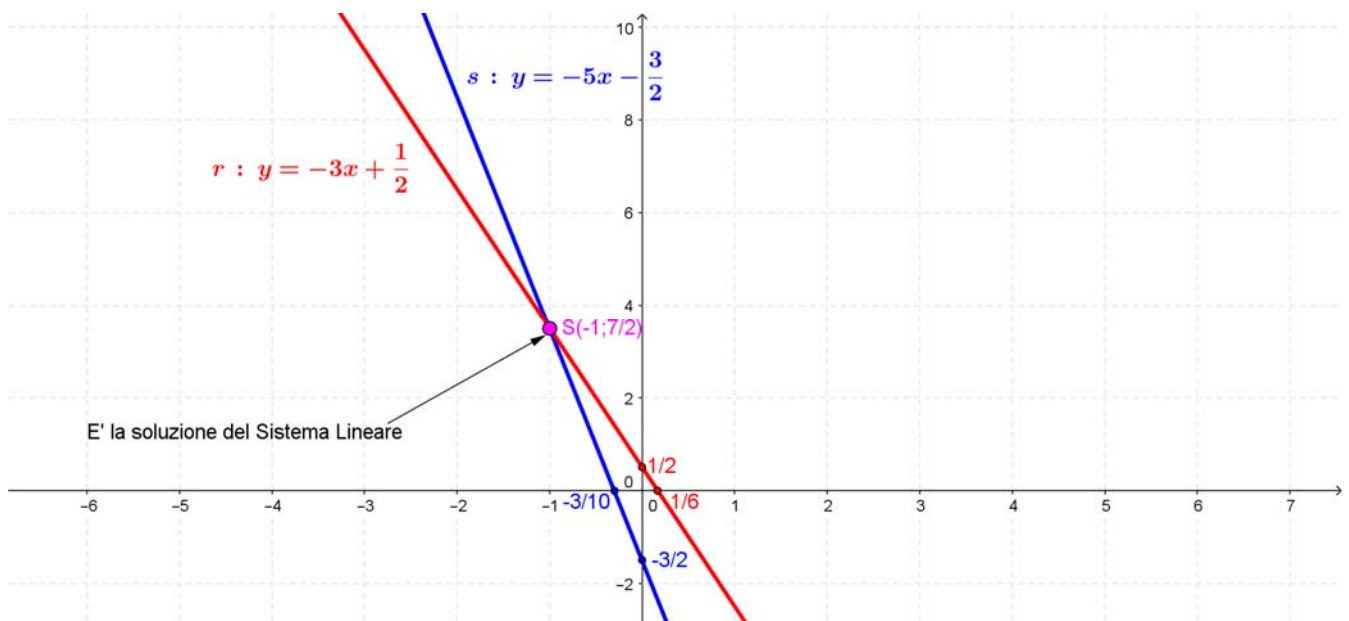
$$\Rightarrow \begin{cases} -5 \cdot x = +\frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Si moltiplica per } (-1) \\ \text{membro a membro} \\ \text{nella I equazione} \end{array} \right] \Rightarrow \begin{cases} +5 \cdot x = -\frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} +\cancel{5} \cdot x \cdot \frac{1}{\cancel{5}} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{10} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Graph}(s) \cap (\text{Asse}.x) = \left\{ \left(-\frac{3}{10}; 0 \right) \right\}$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta s* con l'Asse *y*: $\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse}.y) = \left\{ (0; q) \right\} = \left\{ \left(0; -\frac{3}{2} \right) \right\}$.

Rappresentazione Grafica



$$\Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \left\{ \left(-1; +\frac{7}{2} \right) \right\}$$

☺ **Verifica Geometrica: ESITO POSITIVO!** ☺