

**ESERCIZIO N°MATH.I / "CORSO MATEMATICA VERDE (LICEI NS)" - B.T.B. PG.583.083****("SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI INDETERMINATI")**

Risolvere con il metodo che si ritiene più opportuno il seguente sistema di equazioni lineari, dopo aver stabilito se esso è *determinato*, *indeterminato* o *impossibile*.

$$\begin{cases} +2 \cdot (8 - 2x) - y - (y + 1)^2 = +3 \cdot (y - x) - y^2 - 1 \\ -24 + 4 \cdot (4 - y) = +x - 24 + 2y \end{cases}$$

Si richiede la verifica geometrica del risultato ottenuto.

**Svolgimento**

Il primo passo da compiere, come di consueto, è quello di operare le opportune manipolazioni algebriche al fine di scrivere il sistema in *Forma Standard*.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} +2 \cdot (8 - 2x) - y - (y + 1)^2 = +3 \cdot (y - x) - y^2 - 1 \\ -24 + 4 \cdot (4 - y) = +x - 24 + 2y \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} +16 - 4x - y - (y^2 + 2y + 1) = +3y - 3x - y^2 - 1 \\ -24 + 16 - 4y = +x - 24 + 2y \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} +16 - 4x - y - y^2 - 2y - 1 - 3y + 3x + y^2 + 1 = 0 \\ -24 + 16 - 4y - x + 24 - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} -x - 6 \cdot y + 16 = 0 \\ -x - 6 \cdot y + 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 6 \cdot y = -16 \\ -x - 6 \cdot y = -16 \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

Prima di affrontare lo studio algebrico del sistema, è necessario stabilire se esso è *determinato*, *indeterminato* o *impossibile*. A tal fine si utilizzerà il seguente teorema:

**Teorema**

Dato un generico *Sistema Lineare*:  $\begin{cases} a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1 \\ a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2 \end{cases}$ ; risulta che:

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow$ Sistema Determinato	[ Le due Rette Associate al Sistema sono Incidenti e quindi si Intersecano in un Unico Punto ]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ Sistema Impossibile	[ Le due Rette Associate al Sistema sono Parallele e quindi Non si Intersecano Mai ]
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ Sistema Indeterminato	[ Le due Rette Associate al Sistema sono Coincidenti e quindi si Intersecano in Infiniti Punti ]

$$\begin{cases} -x - 6 \cdot y = -16 \\ -x - 6 \cdot y = -16 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a_1}{a_2} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{1}} = +1 \\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{\cancel{6}^1}{\cancel{6}^1} = +1 \\ \frac{c_1}{c_2} = \frac{\cancel{16}^1}{\cancel{16}^1} = +1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \text{Sistema Indeterminato} \left[ \begin{array}{l} \text{Le due Rette Associate al Sistema sono Coincidenti} \\ \text{e quindi si Intersecano in Infiniti Punti} \end{array} \right] \Rightarrow S = \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \mathbb{R}$$

### Rappresentazione Geometrica e Verifica della Soluzione del Sistema

Alle *Equazioni Lineari* di partenza sono associabili due rette del *Piano Cartesiano*, si procede con la loro rappresentazione.

$$r: -x - 6 \cdot y + 16 = 0 \quad [ \text{Retta } r \text{ in Forma Implicita} ]$$

$$s: -x - 6 \cdot y + 16 = 0 \quad [ \text{Retta } s \text{ in Forma Implicita} ]$$

Si prosegue trasformando le *Rette* in *Forma Esplicita* e successivamente determinando i loro *Punti di Intersezione* con gli *Assi Cartesiani*.

#### Retta r

$$r: -x - 6 \cdot y + 16 = 0 \Rightarrow r: -6 \cdot y = +x - 16 \Rightarrow r: + \frac{\cancel{1}^1}{\cancel{6}^1} \cdot y = \frac{+1}{-6} \cdot x + \frac{\cancel{8}^8}{\cancel{3}^3} \Rightarrow r: y = -\frac{1}{6}x + \frac{8}{3}$$

$$r: y = -\frac{1}{6}x + \frac{8}{3} \quad [ \text{Retta } r \text{ in Forma Esplicita} ]$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'*Asse x*:

$$\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse } x): \begin{cases} y = -\frac{1}{6}x + \frac{8}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{6}x + \frac{8}{3} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{6}x + \frac{8}{3} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{\frac{1}{6}}^1 x \cdot (\cancel{1}^1) = \cancel{\frac{8}{3}}^2 \cdot (\cancel{1}^2) \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = +16 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

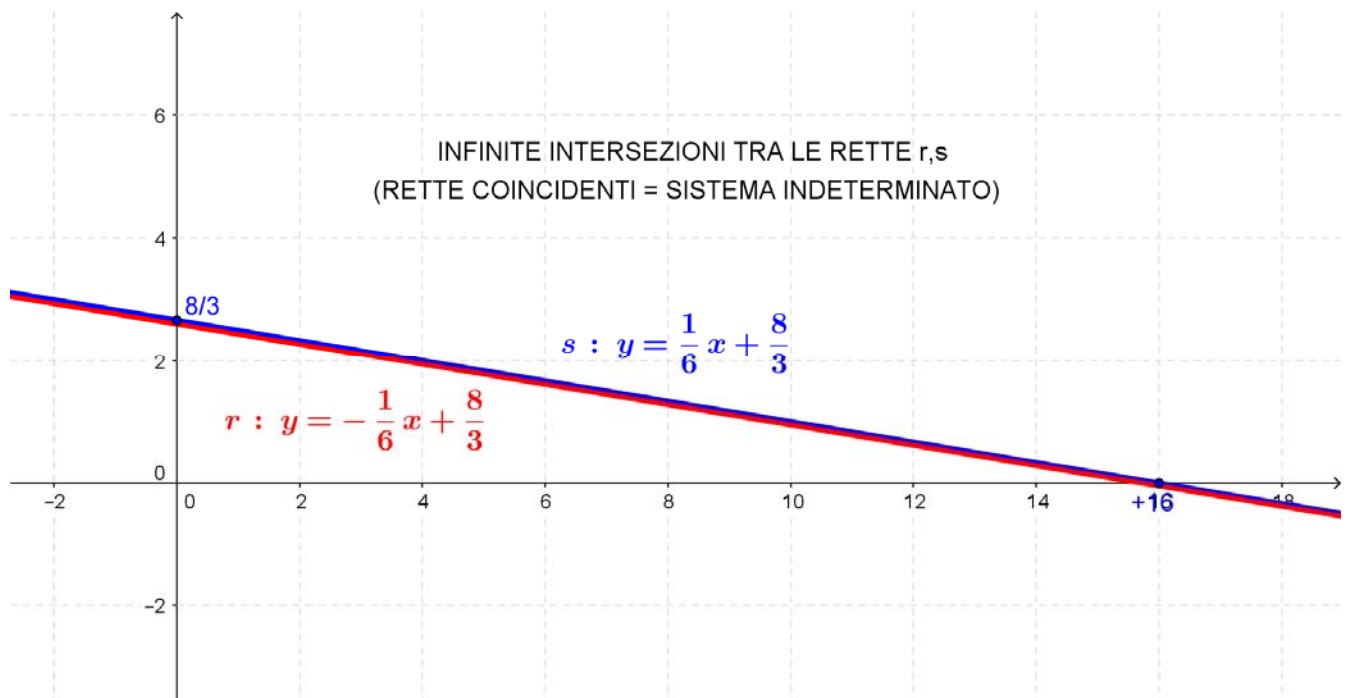
$$\Rightarrow \text{Graph}(r) \cap (\text{Asse } x) = \{ (+16; 0) \}$$

Calcolo delle intersezioni della *Retta r* con l'*Asse y*:  $\text{Graph}(r) \cap (\text{Asse } y) = \{(0; q_r)\} = \left\{ \left( 0; +\frac{8}{3} \right) \right\}$ .

### Retta s

Essendo le *Rette r* ed *s* coincidenti, vale per *s* tutto quanto calcolato per *r*, si evita pertanto di rieseguire tutto il calcolo.

### Rappresentazione Grafica



$\Rightarrow S = \text{Graph}(r) \cap \text{Graph}(s) = \mathbb{R}$  (cioé:  $r,s$  Rette Coincidenti)

😊 **Verifica Geometrica: ESITO POSITIVO!** 😊