

13.17 - Classificazione Punti di Discontinuità di una Funzione

13.17.a) Punti di Discontinuità di Salto o di I Specie.

$$f: \text{Dom}f \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} ; x_0 \in \mathbb{R}$$

(Jump Discontinuity)

$$\begin{array}{l} f(x) \text{ ha in } x_0 \text{ una} \\ \underline{\underline{\text{Discontinuità di I Specie}}} \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 1. \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1 \in \mathbb{R} \\ 2. \exists \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2 \in \mathbb{R} \\ 3. l_1 \neq l_2 \end{cases}$$

Definiamo inoltre in questo caso:

$$\begin{array}{l} \text{Salto di } f(x) \text{ in} \\ \underline{\underline{\text{Corrispondenza di } x_0}} \end{array} : S = |l_2 - l_1| > 0$$

Osservazione: Il *Valore di Salto* è sempre positivo e **non zero**, in quanto, se per assurdo lo fosse, la funzione banalmente sarebbe *Continua*.

Esempio di Discontinuità di I Specie (Jump Discontinuity)

Studiare la *Continuità* nel suo *Dominio* della seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -3x & \text{per } x < 2 \\ x-1 & \text{per } x \geq 2 \end{cases}$$

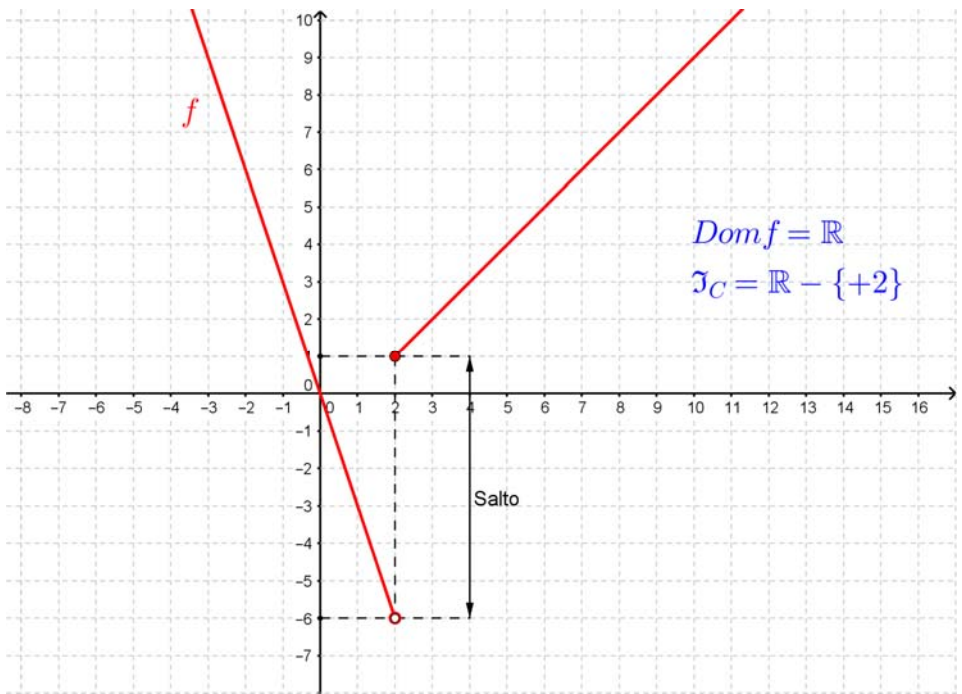
È evidente che:

$$\text{Dom}f = \mathbb{R}$$

Poiché $f(x)$ è una *funzione definita per casi* i punti di “sospetta continuità” sono quelli “di passaggio” tra una funzione e l’altra.

In questo caso s’indaga pertanto sulla *Continuità di f* per $x = 2$.

È evidente che:



Risulta che:

1. $\exists \lim_{x \rightarrow +2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow +2^-} (-3x) \underset{\text{PAL}}{=} -3 \cdot (+2) = -6 =: l_1 \in \mathbb{R}$
2. $\exists \lim_{x \rightarrow +2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow +2^+} (x-1) \underset{\text{PAL}}{=} +2 - 1 = +1 =: l_2 \in \mathbb{R}$
3. $l_1 = -6 \neq +1 = l_2$

Pertanto per Def. 13.17(a): f *Non Continua nel suo Dominio* in quanto presenta una *Discontinuità di I Specie* nel *Punto* $x_0 = +2$.

Il *Valore di Salto* di $f(x)$ in *Corrispondenza* di $x_0 = +2$:

$$S = |l_2 - l_1| = | +1 - (-6) | = | +1 + 6 | = | +7 | = +7 > 0$$