13.17.b) Punti di Discontinuità di II Specie
(Essential Discontinuity)

$$f:\mathrm{Dom}\,f\subseteq \mathbb{R}\to\mathbb{R}\ ;\ x_0\in\mathbb{R}$$

$$f(x)\ \textit{ha in } x_0 \textit{ una}$$

$$\underline{\underline{\textbf{Discontinuità di II Specie}}} \ :\Leftrightarrow$$

$$\left(\nexists \lim_{x\to x_0^-} f(x) \vee \nexists \lim_{x\to x_0^+} f(x)\right)\vee\left(\exists \lim_{x\to x_0^-} f(x)=\infty \vee \exists \lim_{x\to x_0^+} f(x)=\infty\right)$$

Un *Punto* x_0 si dice *Punto di Discontinuità di* II *Specie per la Funzione* $f(x)$ se e solo se per $x\to x_0$ almeno uno dei due *Limiti*, *Destro* o *Sinistro di* $f(x)$, è *Infinito* oppure *Non Esiste*.

Esempio di Discontinuità di II Specie (Essential Discontinuity)

Studiare la *Continuità* nel *Punto* $x_0 = 1/2$ della seguente funzione:

$$f(x)=\frac{x}{2x-1}$$

$$\mathrm{Dom}\,f: 2x-1\neq 0 \Rightarrow 2x\neq +1 \Rightarrow x\neq +\frac{1}{2}\Rightarrow$$

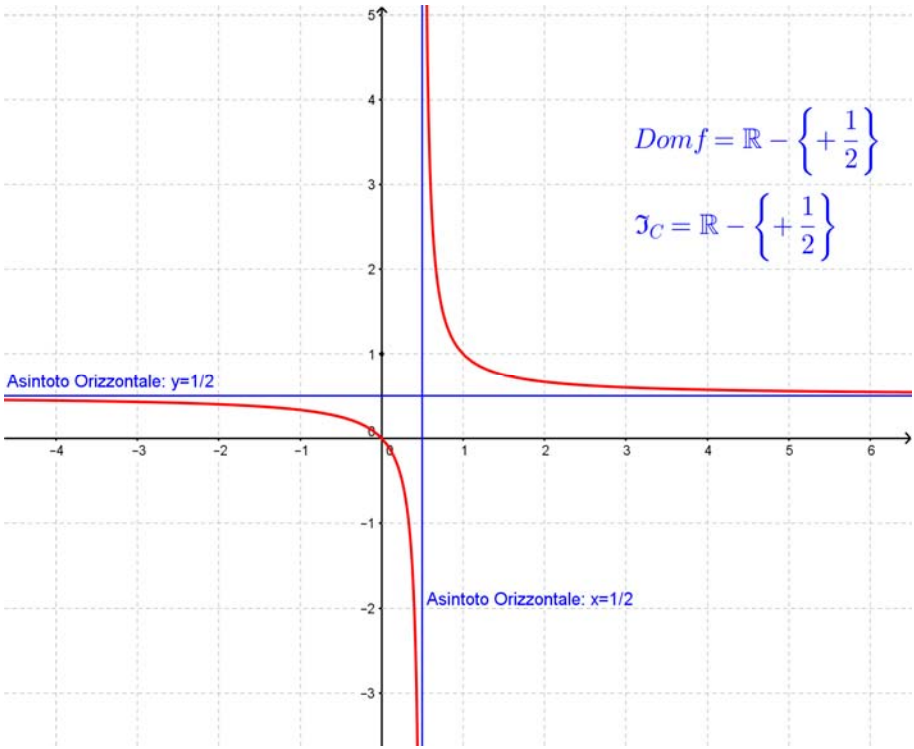
$$\Rightarrow \mathrm{Dom}\,f=\mathbb{R}-\left\{+\frac{1}{2}\right\}=\left]-\infty\,;+\frac{1}{2}\right[\cup\left]+\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$$

Si indaga sulla *Continuità di f* per $x = 1/2$. Risulta che:

$$\lim_{x\to\left(+\frac{1}{2}\right)^-} f(x) \underset{\text{PAL}}{=} \frac{\left(+\frac{1}{2}\right)^-}{2\cdot\left(+\frac{1}{2}\right)^- -1} = \frac{+\frac{1}{2}}{\cancel{2}\cdot\left(+\frac{1}{\cancel{2}}\right)^- -1} = \frac{+\frac{1}{2}}{1^- -1} = \frac{+\frac{1}{2}}{0^-} = -\infty \notin \mathbb{R}$$

Pertanto per Def. 13.17(b):

f Non Continua nel Punto Punto $x_0 = +1/2$ in quanto almeno uno dei due Limiti è Infinito. Segue grafico della funzione in cui si evidenzia tale discontinuità.

Osservazione

La funzione *f* è *Continua* in ogni punto del suo *Dominio* e quindi l'insieme che in questo caso coincide con l'*Insieme di Continuità della Funzione*.