6.05 - Dilatazione Termica dei Solidi

6.05.a) Descrizione Qualitativa del Fenomeno

Fra i molti effetti prodotti nella *Materia* da un *Aumento di Temperatura*, uno dei principali è rappresentato dal **Fenomeno della Dilatazione Termica**. Per comprendere qualitativamente il fenomeno occorre fare riferimento alla *Struttura della Materia*. Considerato, ad esempio, un *Solido Cristallino*: ogni *Innalzamento di Temperatura* accentua l'*Ampiezza delle Oscillazioni degli Atomi* intorno alle *Configurazioni di Equilibrio*, di conseguenza cresce la *Distanza Media fra le Molecole* e quindi aumentano anche le dimensioni geometriche del *Corpo* considerato.

Adesso ci interessa conoscere questa *Dilatazione* a livello quantitativo. Il caso più semplice che possiamo trattare è quello di un *Oggetto Solido* di forma molto allungata, come un *Filo Metallico* o una *Sbarra*. Deve essere comunque un oggetto che ha *Altezza* e *Profondità* trascurabili rispetto alla sua *Lunghezza*. Per comodità consideriamo una *Sbarra Metallica*. Dato che si estende soprattutto in *Lunghezza*, possiamo affermare, con buona approssimazione, che anche la sua *Dilatazione* avverrà soprattutto in tal senso. Dato che le sue altre *Dimensioni* sono *Trascurabili* rispetto alla *Lunghezza*, posso trascurare anche le *Dilatazioni* che non avvengono in tale direzione.

6.05.b) Dilatazione Lineare di Un Solido (Sbarra)

Risultato Sperimentale

Si indichi con L_i la *Lunghezza Iniziale di una Sbarra* (o più in generale la *Distanza fra due Punti* qualsiasi di un *Corpo Solido*) a una generica temperatura e con L_F la *Lunghezza* a una *Temperatura* maggiore di ΔT rispetto a quella iniziale. Allora, la *Variazione di Lunghezza*:

$$\Delta L = L_F - L_i$$

I) È *Direttamente Proporzionale alla Lunghezza Iniziale* L_i ;

II) È *Direttamente Proporzionale alla Variazione di Temperatura* ΔT ;

III) Dipende dalla *Sostanza* di cui è composto il *Solido*.

In particolare, essa è data approssimativamente da:

$$\Delta L = \lambda \cdot L_i \cdot \Delta T$$

da cui:

$$\underline{L_F = L_i \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta T)}$$

dove la *Costante di Proporzionalità* **λ** è detta **Coefficiente di Dilatazione Lineare della Sostanza**.

6.05.c) Limiti di Applicabilità della Precedente Legge

La *Relazione Empirica* appena evidenziata è espressa con buona approssimazione se l'*Incremento* di *Temperatura* ΔT non è molto ampio.

6.05.d) Coefficiente di Dilatazione Lineare

Il *Valore di* **λ,** varia con la natura del *Corpo* considerato, ed è per tutti i *Solidi* intorno a 10^{-5}. Cosa vuol dire ciò in termini pratici? Significa che l'ordine di grandezza dell'*Allungamento di una Sbarra* di *un metro* è, per ogni *Grado di Incremento della Temperatura*, pari a 10^{-5} metri.

Unità di Misura

Unità di Misura nel SI è il $\mathbf{K^{-1}}$.

[Ciò si dimostra calcolando λ con una formula inversa a partire dalla relazione §6.05(b)].

Esempio

Se la *Temperatura* aumenta di 100°C l'*Allungamento* risulta dell'ordine di 10^{-3} m ,ovvero di un millimetro.

Tabella dei Coefficienti Lineari Medi (0°C/100°C)

In tabella sono riportati i *Valori Medi* rilevati nell' *Intervallo di Temperatura* compreso tra 0°C e 100°C dei *Coefficienti di Dilatazione Lineare* di alcuni *Solidi*. Anche se λ è piuttosto piccolo, le *Dilatazioni Lineari dei Solidi* possono assumere valori non trascurabili quando la *Temperatura* subisce sbalzi consistenti o siamo in presenza di *Corpi* con notevole *Lunghezza*. Ad esempio, nella progettazione di *Rotaie* o *Ponti In Ferro* è necessario tener conto della *Dilatazione Termica*.

SOSTANZA	K^{-1} opp. $°C^{-1}$
Ferro	$12 \cdot 10^{-6}$
Rame	$17 \cdot 10^{-6}$
Platino	$9 \cdot 10^{-6}$
Zinco	$31 \cdot 10^{-6}$
Alluminio	$24 \cdot 10^{-6}$
Bronzo	$18 \cdot 10^{-6}$
Vetro Pirex	$3 \cdot 10^{-6}$
Argento	$19 \cdot 10^{-6}$
Oro	$14 \cdot 10^{-6}$
Piombo	$30 \cdot 10^{-6}$
Cobalto	$12 \cdot 10^{-6}$
Antimonio	$11 \cdot 10^{-6}$
Nichel	$13 \cdot 10^{-6}$
Wolframio (Tungsteno)	$5 \cdot 10^{-6}$
Costantana	$15 \cdot 10^{-6}$
Invar	$2 \cdot 10^{-6}$

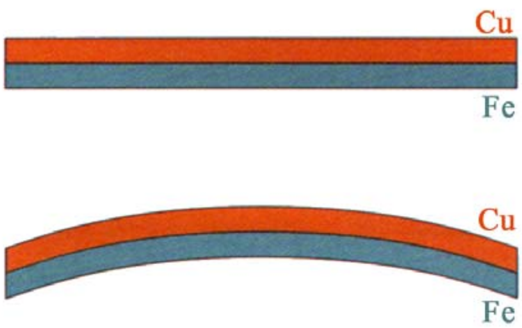
6.05.e) Verifica di Laboratorio

Sperimentalmente è facile dimostrare che i solidi si dilatano all'aumentare della *Temperatura*. Una delle esperienze che si possono realizzare che mostra in maniera netta la *Dilatazione Termica dei Solidi* è quella dell'**Anello di Gravesande** (rappresentato in foto). **Willem Jacob 's Gravesande** (1688–1742) è oggi famoso perché a lui si deve l'attuale relazione quantitativa sull'*Energia Cinetica* $E_C = 0.5 \cdot m \cdot v^2$]. Con una *Sfera Metallica* e un *Anello* si può mettere in evidenza la *Dilatazione dei Corpi con l'Aumentare della Temperatura*. Infatti, la *Sfera*, che quando è fredda passa attraverso l'*Anello* (anche se "per un pelo"), una volta riscaldata non riesce più a passarci dentro.

6.05.f) Dilatazione Termica in una Sbarra Bimetallica

Una *Sbarra Bimetallica* si incurva dalla parte meno dilatabile, cioè dalla parte del *Metallo* che ha di valore di λ inferiore.

Esempio



Considerando una *Sbarra di Ferro e Rame*, come in figura, all'aumentare della *Temperatura* essa si incurva dalla parte del *Ferro* in quanto costituisce la parte meno dilatabile, infatti:

$$\lambda_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6} \ °C < \lambda_{Cu} = 17 \cdot 10^{-6} \ °C$$

Questo fenomeno risulta molto utile nelle applicazioni pratiche come ad esempio:

- Il **Termometro Metallico**. Esso si basa sul principio che se si mantiene fisso un estremo della *Lamina*, si può utilizzare il movimento dell'altro estremo per misurare la *Temperatura* (mediante il movimento su un'opportuna *Scala Taratura*).
- *Interruttore* di un **Circuito Termoregolatore**;
- *Interruttore* di un *Circuito Elettrico* collegato con un sistema di allarme antincendio;
- *Interruttore* generico per stabilire o interrompere un *Passaggio di Corrente*.

6.05.g) Dilatazione Superficiale di Un Solido (Lamina Rettangolare)

Risultato Sperimentale

Si consideri una *Lamina Rettangolare di Superficie* S_i ad una generica *Temperatura* T_i e con S_F la sua *Superficie* ad una *Temperatura* T_F maggiore di ΔT rispetto a quella iniziale.

Allora, la *Variazione di Superficie*:

$$\Delta S = S_F - S_i$$

I) È *Direttamente Proporzionale alla Superficie Iniziale* S_i ;

II) È *Direttamente Proporzionale alla Variazione di Temperatura* ΔT ;

III) Dipende dalla *Sostanza* di cui è composto il *Solido*.

In particolare, essa è data approssimativamente da:

$$\underline{\Delta S = \beta \cdot S_i \cdot \Delta T \quad \text{con} \quad \beta \approx 2\lambda}$$

da cui:

$$\underline{S_F = S_i \cdot (\ 1 + \beta \cdot \Delta T\ ) \quad \text{con} \quad \beta \approx 2\lambda}$$

dove la *Costante di Proporzionalità* β è detta **Coefficiente di Dilatazione Superficiale della Sostanza**.

Dimostrazione

Sia data una *Lamina Solida Isotropa di Forma Rettangolare* (ovvero che abbia lo stesso *Coefficiente di Dilatazione* lineare λ in tutte le *Direzioni*). Si supponga che alla *Temperatura Iniziale* T_i essa abbia *Dimensioni* : a_i e b_i.

Si supponga successivamente di *Variare la Temperatura di una Quantità* ΔT.

Sotto queste ipotesi, alla fine del processo, per la [§6.05(b)] le *Dimensioni Lineari* diventano rispettivamente:

$$a_F = a_i \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta T) \quad \wedge \quad b_F = b_i \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_F = a_F \cdot b_F = a_i \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta T) \cdot b_i \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta T) = a_i \cdot b_i \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta T)^2 =$$

$$= a_i \cdot b_i \cdot \left[\ 1 + 2 \cdot \lambda \cdot \Delta T + \lambda^2 \cdot (\Delta T)^2 \right] \approx$$

(dato che λ<<, ovvero assume un valore molto piccolo risulta che per ΔT non grande: $\lambda^2 + \lambda \approx \lambda$)

$$\approx a_i \cdot b_i \cdot [\ 1 + 2 \cdot \lambda \cdot \Delta T\ ] = S_i \cdot [1 + 2 \cdot \lambda \cdot \Delta T] \equiv S_i \cdot [1 + \beta \cdot \Delta T] \qquad \text{(c.v.d.)}$$

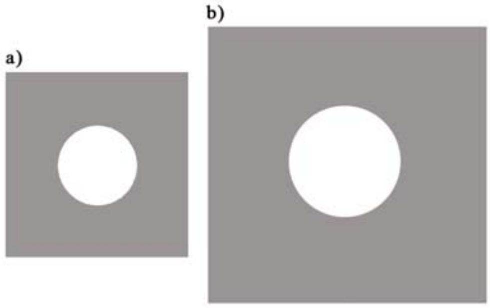
6.05.h) Estensione e Limiti della Precedente Legge

Poiché una *Lamina* di qualsiasi forma può essere sempre pensata come suddivisa in un certo numero di *Rettangoli* di dimensioni arbitrariamente piccole (al limite *Infinitesime*), i risultati che troveremo avranno validità generale.

Ovviamente, anche in questo caso, la *Relazione Empirica* appena evidenziata è espressa con buona approssimazione se l'*Incremento* di *Temperatura* ΔT non è molto ampio.

6.05.i) Osservazioni sulla Dilatazione Superficiale di Un Solido

In base a quanto appena visto nel sotto-paragrafo precedente e ad altre evidenze empiriche, si deduce che: se invece di una *Sbarretta* si riscalda una *Lamina*, la sua *Superficie* aumenta. Inoltre, se pratichiamo un *Foro nella Lamina* [fig.(a)] e poi la riscaldiamo [fig.(b)], noteremo che il *Foro* non si restringe perché, con l'aumento della *Temperatura*, il materiale non si espande verso l'interno. Al contrario, tutte le sue *Dimensioni Lineari* aumentano, e quindi anche il *Raggio del Foro*. Come risultato, l'espansione della *Lamina* è geometricamente come un' ingrandimento fotografico con proporzioni bloccate.



6.05.l) Dilatazione Volumica di Un Solido

Risultato Sperimentale

Si consideri un *Solido di Volume* V_i ad una generica *Temperatura* T_i e con V_F il suo *Volume* ad una *Temperatura* T_F maggiore di ΔT rispetto a quella iniziale.

Allora, la *Variazione di Volume*:

$$\Delta V = V_F - V_i$$

I) È *Direttamente Proporzionale al Volume Iniziale* V_i ;

II) È *Direttamente Proporzionale alla Variazione di Temperatura* ΔT ;

III) Dipende dalla *Sostanza* di cui è composto il *Solido*.

In particolare, essa è data approssimativamente da:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_i \cdot \Delta T$$

da cui:

$$\underline{V_F = V_i \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) \quad \text{con} \quad \gamma \approx 3\lambda}$$

dove la *Costante di Proporzionalità* γ è detta **Coefficiente di Dilatazione Volumica della Sostanza**.

La relazione appena scritta descrive la *Dilatazione Volumica dei Solidi*, valida qualunque sia la forma del *Corpo* considerato, nell'ipotesi che esso si espanda in modo *Uniforme* in tutte le *Direzioni*.

Dimostrazione

Analoga al caso della *Dilatazione Superficiale* [cfr.§6.05(g)].