# FATTI NUMERICI & PROPRIETÀ della SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO CHE DOVRAI RICORDARE per SOPRAVVIVERE alle SUPERIORI

## QUADRATI & RADICI NOTEVOLI

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $1^2 = 1$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{1}$ | $=$ | $1$ |
| $2^2 = 4$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{4}$ | $=$ | $2$ |
| $3^2 = 9$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{9}$ | $=$ | $3$ |
| $4^2 = 16$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{16}$ | $=$ | $4$ |
| $5^2 = 25$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{25}$ | $=$ | $5$ |
| $6^2 = 36$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{36}$ | $=$ | $6$ |
| $7^2 = 49$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{49}$ | $=$ | $7$ |
| $8^2 = 64$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{64}$ | $=$ | $8$ |
| $9^2 = 81$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{81}$ | $=$ | $9$ |
| $10^2 = 100$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{100}$ | $=$ | $10$ |
| $11^2 = 121$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{121}$ | $=$ | $11$ |
| $12^2 = 144$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{144}$ | $=$ | $12$ |
| $13^2 = 169$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{169}$ | $=$ | $13$ |
| $14^2 = 196$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{196}$ | $=$ | $14$ |
| $15^2 = 225$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{225}$ | $=$ | $15$ |
| $16^2 = 256$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{256}$ | $=$ | $16$ |
| $17^2 = 289$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{289}$ | $=$ | $17$ |
| $18^2 = 324$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{324}$ | $=$ | $18$ |
| $19^2 = 381$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{361}$ | $=$ | $19$ |
| $20^2 = 400$ | $\rightarrow$ | $\sqrt{400}$ | $=$ | $20$ |

## POTENZE NOTEVOLI

| Potenze di **2** | Potenze di **3** | Potenze di **5** |
|---|---|---|
| $2^0 = 1$ | $3^0 = 1$ | $5^0 = 1$ |
| $2^1 = 2$ | $3^1 = 3$ | $5^1 = 5$ |
| $2^2 = 4$ | $3^2 = 9$ | $5^2 = 25$ |
| $2^3 = 8$ | $3^3 = 27$ | $5^3 = 125$ |
| $2^4 = 16$ | $3^4 = 81$ | |
| $2^5 = 32$ | $3^5 = 243$ | |
| $2^6 = 64$ | | |
| $2^7 = 128$ | | |
| $2^8 = 256$ | | |
| $2^9 = 512$ | | |
| $2^{10} = 1.024$ | | |

## DIVISIONE TRA NUMERI RAZIONALI

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

Esempio: $$\frac{+\frac{2}{3}}{-\frac{7}{5}} = +\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{10}{21}$$

## LE PROPRIETA' DELLA RADICE:

**PRODOTTO DI RADICALI**

Il prodotto di 2 RADICALI è uguale a un RADICALE che ha per *Radicando* il prodotto di 2 *Radicandi*.

Esempio: $\sqrt{25}\cdot\sqrt{4} = \sqrt{25\cdot 4} = \sqrt{100} = 10$

**PROPRIETA' DEL QUOZIENTE**

Il quoziente di 2 RADICALI è uguale a un RADICALE che ha per *Radicando* il quoziente dei *Radicandi*.

Esempio: $\sqrt{72} : \sqrt{2} = \sqrt{72 : 2} = \sqrt{36} = 6$

## LA RELAZIONE CHE TRASFORMA I NUMERI PERIODICI IN NUMERI RAZIONALI (Frazioni Generatrici di Numeri Periodici)

$$\text{Numero Periodico} = \frac{(\textit{Numero Senza Virgola}) - (\textit{Numero Costituito da Cifre che Precedono Periodo})}{\textit{Numero Composto da Tanti 9 quante sono Cifre Periodo e Tanti 0 quante sono Cifre Antiperiodo})}$$

$$2,\overline{9} = \frac{29-2}{9} = \frac{{}^{3}\cancel{27}}{{}_{1}\cancel{9}} = +3 \;;\; 0,7\overline{3} = \frac{73-7}{90} = \frac{{}^{11}\cancel{66}}{{}_{15}\cancel{90}} = \frac{11}{15}$$

$$1,458\overline{3} = \frac{14\,583-1\,458}{9\,000} = \left[\frac{N/25}{D/25}\right] = \frac{{}^{525}\cancel{13\,125}}{{}_{360}\cancel{9\,000}} = \frac{{}^{35}\cancel{525}}{{}_{24}\cancel{360}} = \left[\frac{N/15}{D/15}\right] = \frac{35}{24}$$

# LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

1. **Prodotto di Potenze con Base Uguale** (la base rimane uguale, gli esponenti si sommano)

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$4^2 \cdot 4^6 = 4^{2+6} = 4^8$$

2. **Quoziente di Potenze con Base Uguale** (la base rimane uguale, gli esponenti si sottraggono)

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$5^7 : 5^3 = 5^{7-3} = 5^4$$

3. **Prodotto di Potenze con Esponente Uguale** (le basi si moltiplicano, l'esponente resta uguale)

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$11^4 \cdot 3^4 = (11 \cdot 3)^4 = 33^4$$

4. **Quoziente di Potenze con Esponente Uguale** (le basi si dividono, l'esponente resta uguale)

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$30^4 : 5^4 = (30 : 5)^4 = 6^4$$

5. **Potenza di Potenza** (la base rimane uguale, gli esponenti si moltiplicano)

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(+9^3)^4 = +9^{12}$$

6. **Potenze Pari** (*Tortostrocca*: questa potenza "*è a dieta*" perché "*mangia meno*")

$$(a)^{2n} = |a|^{2n} \quad ; \quad n \in \mathbb{N}$$

$$(-3)^2 = +9 \quad ; \quad \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = +\frac{25}{4}$$

7. **Potenze Dispari** (*Tortostrocca*: questa potenza "*è violenta*" perché "*lascia il segno*")

$$(a)^{2n+1} = a^{2n+1} \quad ; \quad n \in \mathbb{N}$$

$$(-3)^3 = -27 \quad ; \quad \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{3^3}{2^3} = -\frac{27}{8}$$

8. **Numero Reale Elevato alla Zero**
(un numero reale – diverso da 0 - elevato alla 0 dà sempre come risultato +1)

$$\forall a \in \mathrm{IR} - \{0\}: \ a^0 = +1$$

$$3^0 = +1 \ ; \ \left(+\frac{5}{6}\right)^0 = +1 \ ; \ \left(\sqrt{3}\right)^0 = +1$$

9. **Numero Reale Elevato alla + 1**
(un qualunque numero reale $a$ - elevato alla uno dà sempre come risultato lo stesso numero $a$)

$$\forall a \in \mathrm{IR}: \ a^1 = +1$$

<u>Esempio</u>: $5^1 = 5 \ ; \ \left(+\frac{2}{3}\right)^1 = +\frac{2}{3} \ ; \ (-15)^1 = -15$

10. **Numero Reale Elevato alla -1**
(un numero reale $a$ – diverso da zero - elevato alla -1 dà sempre come risultato il reciproco di $a$)

$$\forall a \in \mathrm{IR} - \{0\}: \ a^{-1} = +\frac{1}{a}$$

Esempio (Numeri Interi): $5^{-1}=+\frac{1}{5}\ ;\ (-15)^{1}=-\frac{1}{15}$

Esempio (Numeri Razionali): $\left(+\frac{2}{3}\right)^{-1}=+\frac{3}{2}\ ;\ \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}=-\frac{2}{1}=-2\ ;\ \left(\frac{n}{d}\right)^{-1}=\frac{d}{n}$

**11. Segno Meno Davanti a una Frazione (la "*Regola della S…*")**

$$-\frac{a-b}{a+b}=\begin{cases}=\dfrac{-(a-b)}{a+b}=\dfrac{-a+b}{a+b}\\ \text{oppure:}\\ =\dfrac{a-b}{-(a+b)}=\dfrac{a-b}{-a-b}\end{cases}$$

/ Esempio:

$$-\frac{x-2}{x+1}=\begin{cases}=\dfrac{-x+2}{x+1}\\ \text{oppure:}\\ =\dfrac{x-2}{-x-1}\end{cases}$$

# PRODOTTI NOTEVOLI

### 1) DIFFERENZA DI QUADRATI (DDQ) / SOMMA PER DIFFERENZA

$$(A+B)\cdot(A-B)=A^2-B^2$$

Esempio: …

### 2) QUADRATO DEL BINOMIO (QDB)

$$(A+B)^2=A^2+2\cdot A\cdot B+B^2$$

Esempio: …

### 3) QUADRATO DEL TRINOMIO (QDT)

$$(A+B+C)^2=A^2+B^2+C^2+2\cdot A\cdot B+2\cdot A\cdot C+2\cdot B\cdot C$$

Esempio: …

### 4) CUBO DEL BINOMIO (CDB)

$$(A+B)^3=A^3+3\cdot A^2\cdot B+3\cdot A\cdot B^2+B^3$$

Esempio: …

### 5) SOMMA DI CUBI (SDC)

$$A^3+B^3=(A+B)\cdot(A^2-A\cdot B+B^2)$$

Esempio: …

### 6) DIFFERENZA DI CUBI (DDC)

$$A^3-B^3=(A-B)\cdot(A^2+A\cdot B+B^2)$$

Esempio: …

# CONDIZIONI DI ESISTENZA DELLE FUNZIONI

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Algebrica Razionale Intera

$$f(x) = 7\cdot x^5 + 3\cdot x^3 - 2\cdot x^2 - \sqrt{12}$$

Sono *Funzioni Continue* su tutto il loro dominio e non contemplano *Condizioni di Esistenza*.

Pertanto: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Algebrica Razionale Fratta

$$f(x) = \frac{7\cdot x^3 + 5\cdot x - \sqrt{2}}{x^2 - 1}$$

Sono funzioni in cui la *Condizioni di Esistenza* consiste nel porre: Denominatore $\neq 0$

Pertanto: $\text{Dom } f : x^2 - 1 \neq 0$

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Algebrica Irrazionale Pari Intera

$$f(x) = \sqrt{3\cdot x^2 + 5\cdot x - 11}$$

La *Condizioni di Esistenza* consiste nel porre la *Condizione di Realtà del Radicale Pari*, ovvero:
Radicando $\geq 0$

Pertanto: $\text{Dom } f : 3\cdot x^2 + 5\cdot x - 11 \geq 0$

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Algebrica Irrazionale Dispari Intera

$$f(x) = \sqrt[3]{3\cdot x^2 + 5\cdot x - 11}$$

Sono *Funzioni Continue* su tutto il loro dominio e non contemplano *Condizioni di Esistenza*.

Pertanto: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Algebrica Irrazionale Pari Fratta

$$f(x) = \frac{\sqrt{3\cdot x^2 + 5\cdot x - 11}}{x^2 - 1}$$

Pertanto: $\text{Dom } f : \begin{cases} 3\cdot x^2 + 5\cdot x - 11 \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases}$

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Trascendente Goniometrica Fratta

$$f(x) = \frac{\sin(2x) + \cos\frac{x}{2} + \tan(5x)}{\cot(3x^2 - 1)}$$

Sono funzioni in cui le *Condizioni di Esistenza* consistono nell'intersecare le varie C.E. che coesistono all'interno dell'equazione che definisce la funzione data. Si tenga presente che: il dominio delle funzioni $\cos x$ e $\sin x$ è pari a tutto $\mathbb{R}$ e quindi non introducono ulteriori C.E. alla funzione ospitante.

Pertanto: $\text{Dom } f : \begin{cases} \text{C.E. Funzioni Fratte} \\ \text{C.E. } (\tan(5x)) \\ \text{C.E. } (\cot(3x^2 - 1)) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cot(3x^2 - 1) \neq 0 \\ 5x \neq +\frac{\pi}{2} + k\cdot\pi \\ 3x^2 - 1 \neq +\pi + k\cdot\pi \end{cases} \Rightarrow (\ldots)$

---

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Trascendente Logaritmica Razionale Intera

$$f(x) = \log_2(3x^2 - 1) + 19x$$

Le *Condizioni di Esistenza* consistono nel porre l'argomento del *Logaritmo* maggiore di zero.

Pertanto: $\text{Dom}\, f: 3 \cdot x^2 - 1 > 0 \Rightarrow (...)$

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Trascendente Goniometrica Logaritmica Razionale Fratta

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left[\frac{3 + \tan^2 x}{2 + 4 \cdot \tan^2 x}\right]$$

Le *Condizioni di Esistenza* consistono nel porre l'argomento del *Logaritmo* maggiore di zero.

$$\text{Pertanto:} \quad \text{Dom}\, f: \begin{cases} \text{C.E. (logaritmo)} \\ \text{C.E. Funzioni Fratte} \\ \text{C.E. } (\tan x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3 + \tan^2 x}{2 + 4 \cdot \tan^2 x} > 0 \\ 2 + 4 \cdot \tan^2 x \neq 0 \Rightarrow (...) \\ x \neq +\dfrac{\pi}{2} + k \cdot \pi \end{cases}$$

---

$f(x)$ Funzione (Numerica Matematica) Trascendente Goniometrica Esponenziale Razionale Fratta

$$f(x) = \frac{3^x - 51 + (2x^3 - 1)^{3x}}{2x^4 - 32}$$

Le *Condizioni di Esistenza* consistono nel porre la base dell'esponenziale maggiore di zero.

$$\text{Pertanto:} \quad \text{Dom}\, f: \begin{cases} \text{C.E. (Esponenziale)} \\ \text{C.E. Funzioni Fratte} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^3 - 1 > 0 \\ 2x^4 - 32 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow (...)$$

---