ESERCIZIO N°MATH.III/"CORSOBASEBLU.MATEMATICA" - B.T.B.S043.087

("DISEQUAZIONI DI II GRADO NUMERICA INTERA COMPLETA CON Δ > 0")

Risolvere la seguente *Disequazione Numerica Intera*:

$$5x \cdot (x-1) + x^2 + 1 < 0$$

e fornire una possibile rappresentazione geometrica del risultato.

Svolgimento

$$+5x \cdot (x-1) + x^2 + 1 < 0$$

$$\Rightarrow +5x^2 - 5x + x^2 + 1 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow +5x^2 - 5x + x^2 + 1 < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow +6x^2 - 5x + 1 < 0.$$

Si considera e risolve l'*Equazione Associata alla Disequazione di II Grado Numerica Intera*:

$$+6x^2 - 5x + 1 = 0$$

[$a = +6$; $b = -5$; $c = +1$]

a tal fine si calcola il suo *Discriminante*:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 25 - 24 = +1 > 0$$

(N.B.: si è usata la *Formula Intera* perché: *b Numero Dispari*)

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{+1}}{2 \cdot 6} = \frac{+5 \pm 1}{12} = \begin{cases} = \dfrac{+5-1}{12} = +\dfrac{4}{12} = +\dfrac{1}{3} =: x_1 \\ \vee \\ = \dfrac{+5+1}{12} = +\dfrac{6}{12} = +\dfrac{1}{2} =: x_2 \end{cases}$$

Abbiamo due soluzioni reali e distinte il che vuol dire che la *Parabola* associata alla nostra equazione ha due *Punti di Intersezione con l'Asse x*:

Rappresentazione Geometrica

All'*Equazione di II Grado* di partenza sono associabili più *Parabole* del *Piano Cartesiano*, la più semplice da rappresentare tra queste è sicuramente quella che si ricava dall'ultimo passaggio (quello in cui si calcola il *Discriminante* e quindi le soluzioni per intenderci). Indicata con $\wp$ tale *Parabola*, si ricava che la sua equazione è data da:

Parabola Associata all'Equazione/Disequazione:

$$\boxed{\wp : y = +6x^2 - 5x + 1}$$

Si procede adesso mettendo insieme tutte le informazioni disponibili sulla *Parabola* al fine di realizzarne una *Rappresentazione Grafica*. Il grafico che otterremo sarà approssimativo ma efficace rispetto a quelli che sono i nostri obiettivi.

1. $\wp$ ha *Vertice*: $V\left(-\frac{b}{2a}\,;-\frac{\Delta}{4a}\right)\equiv\left(-\frac{-5}{2\cdot 6}\,;-\frac{1}{4\cdot 6}\right)\equiv\left(+\frac{5}{12}\,;-\frac{1}{24}\right)\approx(+0{,}41;\,-0{,}04)$

2. *Asse di Simmetria*: $a_s: x=+\frac{5}{12}$

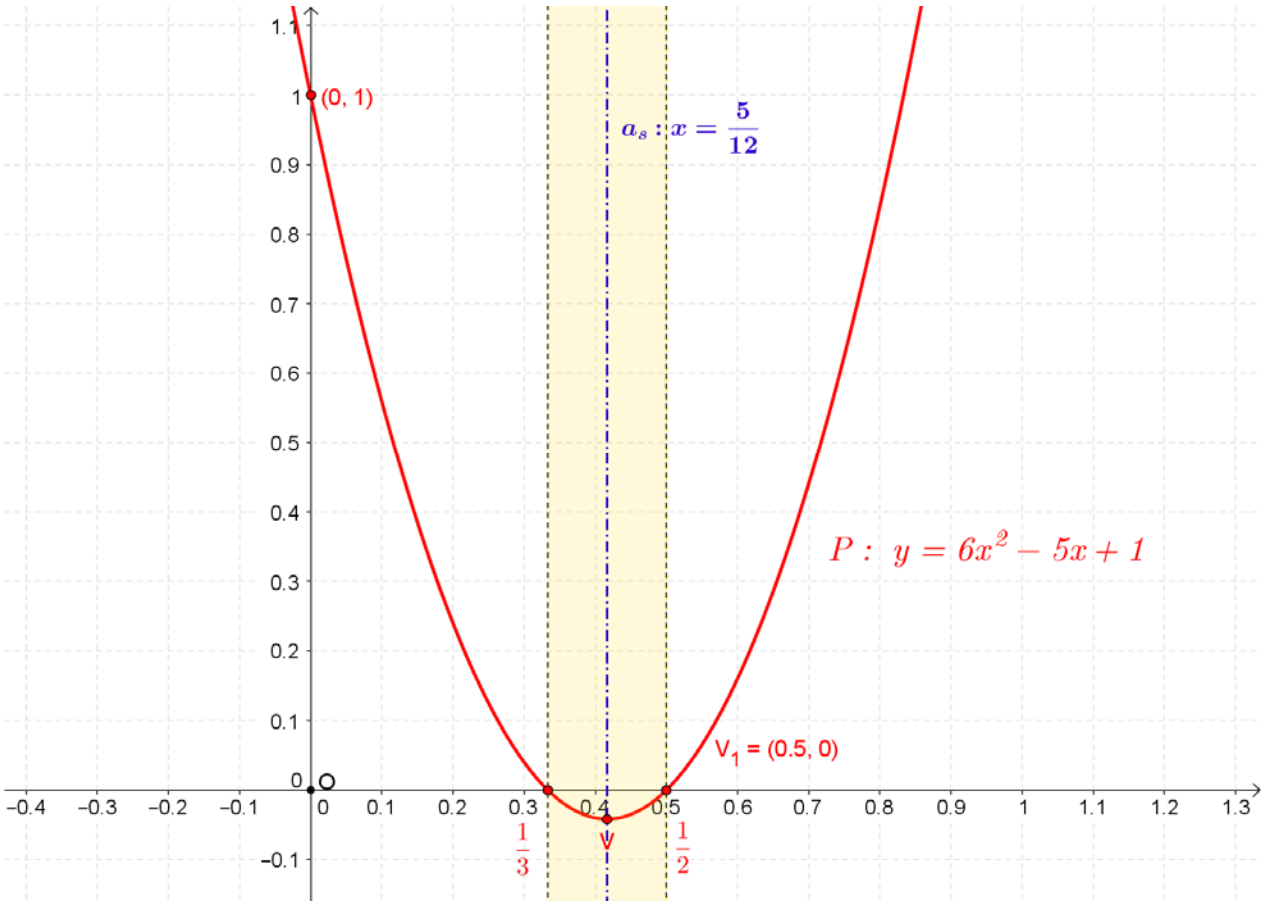
3. $\Delta>0$ e quindi $\wp$ interseca l'*Asse x* nei due *Punti*: $(x_1\,;0)\equiv\left(+\frac{1}{3}\,;0\right)\wedge(x_2;0)\equiv\left(+\frac{1}{2}\,;0\right)$

ovvero: $\text{Graph}(\wp)\cap(\text{Asse } x)=\{(x_1\,;0)\,;\,(x_2;0)\}=\left\{\left(+\frac{1}{3}\,;0\right);\left(+\frac{1}{2}\,;0\right)\right\}$

4. $\wp$ interseca l'*Asse y* nel *Punto*: $(0\,;c)\equiv(0\,;+1)$

ovvero: $\text{Graph}(\wp)\cap(\text{Asse } y)=\{(0\,;c)\}=\{(0\,;+1)\}$

Mettendo insieme tutte queste informazioni si dovrebbe ottenere un grafico simile al seguente (realizzato perfettamente con il software *Geogebra*).



Osservazione/Check (controllo di coerenza del grafico) della *Parabola* $\wp : y = +6x^2 - 5x + 1$.

Da tale equazione si deduce che: $a = +6 > 0$ e pertanto la *Parabola* deve essere *Convessa*. Il grafico è coerente con questa affermazione [Check OK]!

Da un'attenta osservazione del grafico si deduce che: $y = +6x^2 - 5x + 1 < 0 \Leftrightarrow \wp(x) < 0 \Leftrightarrow +\frac{1}{3} < x < +\frac{1}{2}$

(ovvero il grafico della *Parabola* è al di sotto del livello $y = 0$ per i *Valori Interni all'Intervallo*)

$$\Rightarrow \quad S = \left] +\frac{1}{3} ; +\frac{1}{2} \right[$$